

Б. Г. ЗИВ
В. А. ГОЛЬДИЧ

Дидактические
материалы

Алгебра



КЛАСС

Б. Г. Зив
В. А. Гольдич

**Дидактические
материалы
по алгебре
для **7** класса**

издание 13-е, стереотипное

Петроглиф
С.-Петербург
2013

УДК 373.167.1:512

ББК 22.14я72

3 59

Р е ц е н з е н т ы :

**Заведующий кабинетом математики
Санкт-Петербургского Университета
Педагогического Мастерства Л. А. Жигулев;
Методист кабинета математики
Санкт-Петербургского Университета
Педагогического Мастерства Б. Г. Некрасов**

**Рекомендовано кабинетом математики
Санкт-Петербургского
Университета Педагогического Мастерства
в качестве учебного пособия для средней школы**

**Издание осуществлено при участии
ООО «Виктория плюс»**

Зив Б. Г., Гольдич В. А.

**З 59 Дидактические материалы по алгебре для 7 класса. /
Б. Г. Зив, В. А. Гольдич — 13-е изд. — СПб. : «Петроглиф» :
«Виктория плюс», 2013. — 136 с. : ил. —
ISBN 978-5-98712-007-1,
ISBN 978-5-91673-092-0**

Данное пособие содержит самостоятельные и контрольные работы по курсу «Алгебра» для 7 класса, составленные в полном соответствии со школьной программой. Пособие может быть использовано как в обычных школах, так и в математических гимназиях и лицеях.

УДК 373.167.1:512

ББК 22.14я72

**ISBN 978-5-98712-007-1
(Петроглиф)**

**ISBN 978-5-91673-092-0
(Виктория плюс)**

**© Б. Г. Зив, В. А. Гольдич, 2001
© Е. Т. Киселев, художественное
оформление, 2001
© ООО «Петроглиф», 2013**

Предисловие

Данная книга рассчитана на всех желающих улучшить свои знания по алгебре и составлена в полном соответствии со школьной программой.

Пособие содержит 22 самостоятельные работы и 8 контрольных работ. Сборник несколько отличается от обычных дидактических материалов тем, что самостоятельные работы в нем приведены в восьми вариантах, четырех уровней сложности. Чем мы руководствовались? Не секрет, что в последние годы очень существенно возросла сложность вступительных экзаменов в ВУЗы. Одновременно отмечается процесс упрощения содержания школьных учебников математики. Мы полагаем, что уже в средних классах — в 10-м и 11-м на это может просто не хватить времени — необходимо показывать ученикам более содержательные задачи.

Какова же структура наших дидактических материалов?

I уровень сложности (Вариант 1 — Вариант 2) — это минимум того, что должен знать ученик, — база.

II уровень сложности (Вариант 3 — Вариант 4) — «твердая четверка».

III уровень сложности (Вариант 5 — Вариант 6) — «на пятерку».

IV уровень сложности (Вариант 7 — Вариант 8) — для тех, кто всерьез увлечен математикой.

Если подходить к использованию книги формально, то рекомендуется следующее:

I или II уровень — для базовой школы;

II или III уровень — для гимназий;

III или IV уровень — для лицеев или математических школ.

Следует иметь в виду, что все самостоятельные и контрольные работы составлены избыточно. Учителю ни в коем случае не следует считать, что объем работ должен быть именно таким — мы лишь хотели предоставить ему возможность выбора.

Все контрольные составлены в четырех равноценных вариантах.

Вообще, структура книги полностью повторяет “Задачи к урокам геометрии” Б. Г. Зива, а значит, может быть использована как задачник.

Надеемся, что наша книга поможет учителям и детям успешно заниматься математикой.

Владимир Гольдич

Рекомендации

Весьма удачным дополнением к дидактическим материалам для 7-11 классов являются книги серии «Математика. Элективные курсы» А. Х. Шахмейстера.

По существу это энциклопедия различных методов решения задач, которые чаще всего встречаются непосредственно в школьном курсе.

Это прекрасные самоучители, которые позволяют ученикам и абитуриентам без репетитора подготовиться к экзаменам. Естественная логика построения материала «от простого к сложному» позволит учителю использовать эти книги с учениками различного уровня подготовки. Желательно, чтобы работа с материалами этой серии книг была постоянной и планомерной, тогда она даст наибольший эффект.

Книги серии:

Дроби.

Корни.

Уравнения.

Дробно-рациональные неравенства.

Системы уравнений.

Иррациональные уравнения и неравенства.

Множества. Функции. Последовательности. Прогрессии

Логарифмы.

Тригонометрия.

Построение графиков функций элементарными методами.

Уравнения и неравенства с параметрами.

Задачи с параметрами на экзаменах.

Введение в математический анализ.

Комплексные числа.

Комбинаторика. Статистика. Вероятность.

Геометрические задачи на экзаменах.

Б. Г. Зив

Самостоятельные работы

1. Числовые и алгебраические выражения

Вариант 1

1. Найдите значения алгебраического выражения

$$\frac{4a + c}{c - a} \quad \text{при } a = -2 \text{ и } c = 3.$$

2. Ученик купил m карандашей по 2 руб. и n тетрадей по 3 руб. Сколько стоят все покупки?
3. Запишите утроенную сумму чисел a и b и найти ее значение при $a = 0,8$ и $b = -\frac{2}{3}$.
4. Запишите три последовательных числа, кратных 3, если меньшее из них $3k + 3$.
5. Запишите трехзначное число в виде суммы разрядных слагаемых, у которых цифра сотен равна a , цифра десятков — 3, а цифра единиц — b .

Вариант 2

1. Найдите значение алгебраического выражения

$$\frac{3a - c}{a + c} \quad \text{при } a = 3 \text{ и } c = -4.$$

2. Одна сторона прямоугольника равна a см, а другая на 2 см меньше. Найдите площадь этого прямоугольника.
3. Запишите: к утроенному числу a прибавить b . Найдите значение этой суммы при $a = -1\frac{2}{3}$, $b = -2,6$.
4. Запишите три последовательных числа, кратных 4, если большее из них равно $4k + 4$.
5. Запишите общий вид натурального числа, которое при делении на 7 дает в остатке 5.

Вариант 3

1. Найдите значение алгебраического выражения

$$\frac{3a - 2ab + 5b}{5ab - 1} \quad \text{при } a = \frac{2}{3}, b = \frac{3}{5}.$$

2. Один фермер засеял яровой пшеницей a га, а второй в 1,5 раза больше. Сколько га земли засеяли пшеницей оба фермера вместе?
3. Запишите формулой частное от деления удвоенной суммы чисел c и d на их разность и найти ее значение при $c = 3,7$ и $d = 1\frac{2}{5}$.
4. Докажите, что сумма трех последовательных четных чисел делится на 6.
5. Найдите абсолютную величину числового значения выражения $m - n + p - q$ при $m = -3,4$, $n = -2\frac{3}{4}$, $p = -1,4$, $q = 0,9$.

Вариант 4

1. Найдите значение алгебраического выражения

$$\frac{15a + 8ab + 2b}{3,5a - 1,5b} \quad \text{при } a = 2, b = 0,4.$$

2. В хранилище фермеры привезли свеклу: один привез a т, а второй в два раза меньше, чем первый. Сколько всего свеклы привезли фермеры?
3. Запишите формулу частного от деления разности чисел p и q на удвоенную сумму этих чисел. Найдите значение этого выражения при $p = 4,2$ и $q = 2\frac{3}{4}$.
4. Докажите, что произведение двух последовательных четных чисел делится на 8.
5. Найдите абсолютную величину числового значения выражения $-a + b - c - d$ при $a = -4\frac{2}{5}$, $b = -3\frac{6}{7}$, $c = 2,7$, $d = -13\frac{3}{7}$.

Вариант 5

1. Найдите значение алгебраического выражения

$$\frac{a - 2,5}{ac - 2c + a - 2,3} \quad \text{при } a = 5 \text{ и } c = \frac{1}{2}.$$

2. Один мастер за шитье костюмов получил a руб., а второй в два раза меньше. Сколько денег получили оба мастера вместе за выполненную работу?
3. Запишите в виде формулы частное от деления суммы чисел a и b на утроенную разность их, увеличенную на утроенную разность чисел m и n .
4. Докажите, что сумма двух последовательных нечетных чисел делится на 4.
5. Число x при делении на 10 дает в остатке 3, а число y при делении на 10 дает в остатке 2. Докажите, что сумма $x + y$ делится нацело на 5.

Вариант 6

1. Найдите численное значение выражения

$$\frac{3a - b}{2a + 2,5b - \frac{1}{34}ab} \quad \text{при } a = 5\frac{2}{3}, b = 2.$$

2. Пароход шел по течению реки 9 ч со скоростью a км/ч, а против — 6 ч со скоростью b км/ч. Сколько всего километров прошел пароход?
3. Запишите в виде формулы частное от деления удвоенной суммы чисел m и n на их разность, увеличенную на утроенное произведение чисел c и d .
4. Докажите, что если два числа при делении на a имеют одинаковый остаток, то их разность делится на a .
5. В двузначном числе сумма цифр равна 8, число десятков в 3 раза больше числа единиц. Найдите это число.

Вариант 7

1. Найдите числовое значение выражения

$$(-3,2) \cdot \left(pk - \frac{1}{2}k\right) - 5(p - k) \quad \text{при } p = -\frac{3}{5}, k = -1\frac{2}{3}.$$

2. Автомобиль шел по шоссе m ч со скоростью a км/ч и по грунтовой дороге n ч со скоростью b км/ч. За какое время проедет весь этот путь мотоцикл, делая в среднем v км/ч?
3. Запишите формулу частного от деления суммы чисел a и b на удвоенную разность их, увеличенную на учетверенную разность чисел c и d .
4. Найдите все такие целые числа x и y , что

$$(x + 1)(y - 2) = 2.$$

5. Докажите, что число $\overline{ab} - \overline{ba}$ делится на 9.

Вариант 8

1. Найдите числовое значение выражения

$$(-4,2) \cdot \left(2x + \frac{1}{2}y\right) + 2,4(y - x) \quad \text{при } x = 4\frac{1}{2}, y = -1\frac{1}{3}.$$

2. Расстояние между двумя пристанями
- s
- км. Сколько времени нужно теплоходу, чтобы пройти по реке туда и обратно, если скорость теплохода в стоячей воде
- v
- км/ч, а скорость течения реки
- m
- км/ч?

3. Запишите формулой сумму частного от деления утроенной суммы чисел
- x
- и
- y
- на их разность и удвоенное произведение чисел
- a
- и
- b
- .

4. Найдите все такие целые числа
- x
- и
- y
- , что

$$(y + 1)(xy - 1) = 3.$$

5. Докажите, что число
- $\overline{ab} + \overline{ba}$
- делится на 11.

**2. Свойства арифметических действий,
правила раскрытия скобок****Вариант 1**

1. Выполните действия

$$\left(-1\frac{1}{4}\right) \cdot (-25) \cdot \left(+\frac{4}{5}\right) - (-36) : \frac{3}{4} + (-16,5) \cdot \left(+4\frac{1}{4}\right).$$

2. Найдите значение выражения

$$(2x^2 - 3x - 6) - (5x^2 - 3x + 4) \quad \text{при } x = 2,2.$$

3. Решите уравнение
- $(7x + 1) - (6x + 3) = 5$
- .

4. Найдите
- $10\frac{2}{3}\%$
- от
- $\frac{\left(152\frac{3}{4} - 148\frac{3}{8}\right) \cdot 0,3}{0,2}$
- .

5. На сколько процентов увеличится площадь прямоугольника, если длину прямоугольника увеличить на 20%, а ширину на 10%?

Вариант 2

1. Выполните действия

$$\left(+5\frac{1}{4}\right) \cdot \left(-2\frac{2}{7}\right) - (-4,2) : \left(+3\frac{3}{5}\right) + \\ + \left(-\frac{6}{7}\right) \cdot \left(-2\frac{1}{3}\right) \cdot \left(-3\frac{1}{4}\right).$$

2. Найдите значение выражения

$$(8x^2 - 4x + 3) - (5x^2 + 2x + 3) \quad \text{при } x = -4,4.$$

3. Решите уравнение
- $(6x + 2) - (5x - 4) = 6$
- .

4. Найдите 4,2% от

$$\frac{4\frac{4}{7} - \frac{2}{3} \cdot 2\frac{5}{14}}{\left(3\frac{1}{12} + 4,375\right) : 19\frac{8}{9}}.$$

5. На сколько процентов увеличится объем куба, если длину каждого ребра куба увеличить на 20%?

Вариант 3

1. Выполните действия

$$\left((+4) : \left(+\frac{1}{3}\right) + (-20) : \left(-1\frac{1}{4}\right)\right) \cdot \left(+\frac{1}{7}\right) + (-3,5) - (-5).$$

2. Найдите значение выражения

$$\frac{3}{4} \left(\frac{4}{3}x - 4\right) - 8 \left(2\frac{1}{4}x + \frac{3}{8}\right) \quad \text{при } x = -5.$$

3. Решите уравнение
- $(2x + 3) - (x - (3x + 4)) = 5$
- .

4. Найдите число,
- $36\frac{2}{3}\%$
- которого составляют

$$\frac{\left(85\frac{7}{30} - 83\frac{5}{18}\right) : 2\frac{2}{3}}{0,04}.$$

5. На сколько процентов увеличится площадь квадрата, если длину каждой стороны увеличить на 20%?

Вариант 4

1. Выполните действия

$$\left(-3\frac{11}{15}\right) : \left(-\frac{14}{15}\right) + \left(-1\frac{4}{5}\right) \cdot \left(+\frac{1}{2}\right) : (-0,8) + \\ + \left(+6\frac{3}{8}\right) - (+2,3).$$

2. Найдите значение выражения

$$\frac{4}{5} \left(\frac{5}{4}x - 5\right) - 6 \left(2\frac{1}{6}x + \frac{5}{6}\right) \quad \text{при } x = -3.$$

3. Решите уравнение
- $(2x - 3) - (x - (3x - 4)) = 6$
- .

4. Найдите число,
- $6\frac{1}{4}\%$
- которого составляют

$$\frac{\left(97\frac{7}{30} - 95\frac{5}{18}\right) \cdot 2\frac{1}{4} + 0,373}{0,2}.$$

5. Некоторый товар сначала подорожал на 10%, а потом подешевел на 10%. На сколько процентов изменилась цена этого товара?

Вариант 5

1. Выполните действия

$$\left(+9\frac{1}{2}\right) + \left(-\frac{23}{40}\right) : (-6,9) + \left(-11\frac{2}{5}\right) \cdot \left(-\frac{15}{19}\right) - \\ - (-3,5) : \left(+1\frac{3}{4}\right).$$

2. Найдите значение выражения

$$(n^2 - 5m) - (4n^2 - 7) - (9m - 3n^2) \quad \text{при } m = 1,4.$$

3. Решите уравнение
- $10\frac{2}{5}y - ((4y + 5) - (7 - 6y)) = 155$
- .

4. Найдите 3,6% от
- $\left(6\frac{7}{12} - 3\frac{17}{36}\right) \cdot 2,5 - 4\frac{1}{3} : 0,65$
- .

5. В кружке число мальчиков составляет 80% от числа девочек. Сколько процентов составляет число девочек от числа мальчиков в этом кружке?

Вариант 6

1. Выполните действия

$$(-2,15) \cdot (-4,2) + \left(-2\frac{4}{5}\right) : (+14) - \left(-2\frac{2}{5}\right) + (-1,69) : (-0,13).$$

2. Найдите значение выражения

$$(7m - 2n^2) - (4m - 8) + (5n^2 - 3m) \quad \text{при } n = 1,3.$$

3. Решите уравнение
- $2(12x - 0,035) = 0,6 - 2(x + 0,075)$
- .

4. Найдите число,
- $33\frac{1}{3}\%$
- которого составляют

$$\left(9\frac{1}{5} - 3,68\right) : 2\frac{1}{2} \cdot (1 : (2,1 - 2,09)).$$

5. Даны два куса с различным содержанием олова. Первый, массой 300 г, содержит 20% олова. Второй, массой 200 г, содержит 40% олова. Сколько процентов олова будет содержать сплав, полученный из этих кусков?

Вариант 7

1. Выполните действия

$$\left(8,6 \cdot \frac{1}{4} - \left(5\frac{61}{90} - 4\frac{1}{12}\right)\right) \left(\frac{7}{40} : 2\frac{11}{12} + 1,34\right).$$

2. Упростите
- $5x - (6x - (7x - (8x - 9)))$
- .

3. Решите уравнение
- $(7 - 10x) - (8 - 8x) + (10x + 6) = -8$
- .

4. Первое число составляет 80% от третьего, а второе — 30% от третьего числа. Найдите эти числа, если их среднее арифметическое равно 21,21.

5. Имеются два куса сплава олова и свинца. Первый, массой 300 г, содержит 60% олова. Второй содержит 40% олова. Сколько граммов от второго куса надо добавить к первому, чтобы получить сплав с содержанием олова 56%?

Вариант 8

1. Выполните действия

$$\left(17\frac{1}{5} \cdot 0,125 - \left(2\frac{32}{45} - 1\frac{7}{60}\right)\right) \left(\frac{11}{40} : 4\frac{7}{12} + 2,64\right).$$

2. Упростите
- $3a - (2a - (5a - (4a - 7)))$
- .

3. Решите уравнение
- $(5 - 12x) - (6 - 6x) + (12x + 3) = -2$
- .

4. Первое число составляет 70% от второго, а третье число — 50% от второго. Найдите эти числа, если их среднее арифметическое равно 44,88.

5. Кусок сплава меди и цинка массой 36 кг содержит 45% меди. Сколько килограммов меди нужно добавить к этому куску, чтобы полученный новый сплав содержал 60% меди?

3. Уравнения с одним неизвестным**Вариант 1**

1. Решите уравнения:

а) $\frac{1}{3}x = 25$,

в) $12x - 25 = 7x + 5$,

б) $4x - 2,1 = -0,5$, г) $3(x - 2) - 5 = 2(3x + 1) - 1$.

2. При каком значении
- m
- значение выражения
- $3m + 4$
- на 13 больше значения выражения
- $m + 3$
- ?

3. Найдите число, которое при увеличении его на 17 увеличивается в 10 раз.

4. Решите уравнение
- $(2x - 5)(x + 10) = 0$
- .

Вариант 2

1. Решите уравнения:

а) $\frac{1}{5}x = 15$,

в) $1 - 0,04z = 0,5 + 0,06z$,

б) $3x - 2,1 = 0,6$, г) $2(y - 5) + 3y = 4(2y + 8)$.

2. При каком значении
- n
- сумма выражений
- $3n + 4$
- и
- $8n + 7$
- на 15 меньше значения выражения
- $5 - 3n$
- ?

3. Найдите число, которое при увеличении его на 15 увеличивается в 5 раз.
4. Решите уравнение $(3x + 10)(x - 20) = 0$.

Вариант 3

1. Решите уравнения:

а) $4,5x + 1,25 = 37\frac{1}{4}$,

б) $y - 0,3 = \frac{3}{4}y + 20\frac{1}{2}$,

в) $5(4,5x - 1) = 5,7 - 0,5(x - 20)$,

г) $\frac{2x + 7}{3} - \frac{x - 3}{2} = 4x$.

2. При каком значении a значение выражения $2a - 3$ в два раза больше значения выражения $a - 5$?
3. Найдите три последовательных числа, сумма которых равна 9.
4. Решите уравнение $|x - 2| = 3$.

Вариант 4

1. Решите уравнения:

а) $2,2y - 5\frac{3}{4} = 8,55$,

б) $x - 0,3 = \frac{3}{4}x + 20\frac{1}{2}$,

в) $3(1,9x + 2,4) = 5(0,42x - 0,96)$,

г) $\frac{3x + 11}{2} - \frac{2x + 7}{3} = 4x$.

2. При каких значениях m значение выражения $3 - m$ в три раза меньше значения выражения $2m + 3$?
3. Найдите три последовательных четных числа, сумма которых равна 0.
4. Решите уравнение $|x + 3| = 5$.

Вариант 5

1. Решите уравнения:

а) $(0,4x - 2) - \left(1\frac{1}{2}x + 1\right) = 2,8 - 4x,$

б) $\frac{x+1}{4} - 2x = \frac{5-3x}{2} - \left(x + \frac{x-3}{8}\right).$

2. $x = 2$ является решением уравнения

$$ax - \left(\frac{x}{2} - 3\right) = a(x - 3) + 5x.$$

Найдите a .

3. При каком значении k значение выражения $1 - 2k$ в три раза больше удвоенного значения выражения $2k + 4$?

4. При каких значениях a и b уравнение $(a - 2)x = b + 1$ не имеет корней?

5. Решите уравнение $|x - 4| = |1 - 3x|$.

Вариант 6

1. Решите уравнения:

а) $1,2 - 4x - 3(2x + 0,7) = -2,4,$

б) $2x - 1 - \frac{3x - 4}{2} = \frac{x + 1}{3} - \left(1 - \frac{x + 2}{2}\right).$

2. $x = 3$ является решением уравнения

$$\frac{x}{3} - 2 - (ax - 1) = a(x - 2) + 3x.$$

Найдите a .

3. При каком значении m значение выражения $4 + 3m$ в два раза меньше утроенного значения выражения $m - 3$?

4. При каких значениях a и b любое число является решением уравнения $(a + 3)x = b - 1$?

5. Решите уравнение $|x + 5| = |2 - 4x|$.

Вариант 7

1. Решите уравнения:

а) $49x - ((5x - 6) - (11 - 8x)) = 32$,

б) $\frac{1}{3}(x^2 + 2x - 5) - \frac{1}{4}(x^2 - x + 3) = \frac{1}{12}(x^2 + 4x - 15)$.

2. Решите уравнение относительно буквы x

$$\frac{x-b}{a} = \frac{x+b}{b} - 2.$$

3. При каких значениях m имеют общие корни уравнения $6x + 1 = 0$ и $2x - m = 0$?

4. $(a-1)(b+2)x = (a+1)(b+2)$.

При каких значениях a и b уравнение:

а) не имеет решений?

б) имеет бесконечно много решений?

5. Решите уравнение $3|x+2| - 3x = 2|x+2| - 4$.

Вариант 8

1. Решите уравнения:

а) $39x - ((6x - 5) - (12 - 7x)) = 42$,

б) $\frac{1}{4}(x^2 + 2x - 7) - \frac{1}{3}(x^2 + x - 2) = \frac{1}{12}(2x - 7 - x^2)$.

2. Решите уравнение относительно буквы y

$$\frac{y+m}{n} = \frac{y-m}{m} + 2.$$

3. При каких значениях k имеют общий корень уравнения $7x - 2 = 0$ и $3x - k = 0$?

4. $(m+1)(n-2)x = (m-1)(n-2)$.

При каких значениях m и n уравнение:

а) не имеет решения?

б) имеет бесконечно много решений?

5. Решите уравнение $4|x-2| + 2x = 3|x-2| + 1$.

4. Решение задач с помощью уравнений

Вариант 1

1. Три бригады слесарей изготовили 1085 деталей. Сколько деталей изготовила каждая бригада отдельно, если известно, что вторая бригада изготовила деталей в 2 раза больше, чем первая, а третья — на 70 деталей меньше, чем вторая?
2. Расстояние между двумя пристанями теплоход проходит за 2 ч 30 мин. Если скорость теплохода уменьшить на 6 км/ч, то на это же расстояние теплоход потратит 3 ч 15 мин. Найдите скорость теплохода.
3. Объем промышленной продукции увеличился в 10 раз. На сколько процентов произошло увеличение?

Вариант 2

1. Площадь трех участков равна 833 га. Площадь второго участка составляет 0,4 площади первого участка, а площадь третьего участка на 17 га больше площади первого. Какова площадь каждого участка?
2. Теплоход прошел расстояние между пунктами А и В по течению за 4 ч 30 мин, а из В и А против течения он прошел за 6 ч 18 мин. Какова скорость теплохода в стоячей воде, если скорость течения реки равна 2,4 км/ч?
3. Завод выпускает 300 изделий в год. На сколько изделий в год увеличится выпуск продукции, если производительность труда увеличить на 20%?

Вариант 3

1. В одном сарае было 2400 кг торфа, а во втором 1800 кг; из первого сарая ежедневно брали по 140 кг, а из второго по 90 кг. Через сколько дней во втором сарае останется торфа в $1\frac{1}{2}$ раза больше, чем в первом?

2. Из пункта А со скоростью 60 км/ч выехала грузовая машина. Через 2 ч вслед за первой машиной выехала легковая машина со скоростью 80 км/ч. Через сколько часов и на каком расстоянии от А легковая машина догонит грузовую?
3. Цех выпускает 200 изделий в год. На сколько изделий увеличится выпуск продукции в год, если производительность труда повысится на 45%?

Вариант 4

1. Учащимся необходимо раздать тетради. Если каждому учащемуся давать по 4 тетради, то останется 12 тетрадей, если же давать по 5, то тетрадей не хватит 7 учащимся. Сколько было тетрадей и сколько учащихся?
2. От пристани в город отправилась лодка со скоростью 12 км/ч, а через полчаса после нее в том же направлении вышел пароход со скоростью 20 км/ч. Каково расстояние от пристани до города, если пароход пришел туда на 1,5 ч раньше лодки?
3. В результате увеличения производительности труда на 35% цех стал выпускать в день 405 изделий. Сколько изделий в день цех выпускал ранее?

Вариант 5

1. В двух коробках лежит поровну кусков мыла. Если из первой коробки вынуть 25 кусков, а из второго 10, то в первой коробке останется в два раза меньше, чем во второй. Сколько кусков в каждой коробке?
2. Из пункта А со скоростью 60 км/ч выехала грузовая машина. Через 2 ч вслед за грузовой выехала легковая машина со скоростью 80 км/ч. Через сколько часов и на каком расстоянии от А легковая машина догонит грузовую?

3. Цех выпускал в день 126 изделий. В результате усовершенствования выпуск продукции в день поднялся до 189 изделий. На сколько процентов поднялась производительность труда?

Вариант 6

1. В двух коробках одинаковое количество конфет. После того, как из первой коробки взяли 14 конфет, а в другую добавили 26, в первой коробке стало в 3 раза меньше конфет, чем во второй. Сколько конфет было в каждой коробке первоначально?
2. Расстояние от A до B 90 км. Пассажир, прибыв поездом в B , пробыл на станции 20 мин, а затем возвратился тем же поездом обратно, затратив в целом 3 ч 40 мин. Найдите скорость электропоезда.
3. На сколько процентов надо уменьшить число A , чтобы получить число $\frac{4A}{5}$?

Вариант 7

1. В трех школах 3080 учащихся. В первой школе учащихся в два раза меньше, чем во второй, а в третьей на 80 учащихся больше, чем в первой. Сколько учащихся в каждой школе?
2. На соревнованиях по гребле спортсмен 10 мин плыл на лодке вниз по течению реки. На обратный путь против течения от затратил 30 мин. Найдите собственную скорость лодки (в км/ч), если скорость течения реки 2 км/ч.
3. Грибы при сушке теряют 80% своей массы. Сколько надо взять свежих грибов, чтобы получить 1 кг сушеных?

Вариант 8

1. На ферме было собрано 240 т овощей. В том числе свеклы в три раза меньше, чем моркови, а картошки

столько, сколько моркови и свеклы вместе. Сколько собрали картошки, моркови и свеклы?

2. Расстояние между A и B велосипедист может проехать на 5 ч 20 мин быстрее пешехода. Скорость велосипедиста 12 км/ч, а скорость пешехода 4 км/ч. За какое время велосипедист пройдет путь от A до B ?
3. Радиус окружности увеличился на 25%. На сколько процентов увеличится площадь круга?

5. Степень с натуральным показателем

Вариант 1

1. Запишите произведение в виде произведения степеней

$$5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot a \cdot a \cdot a.$$

2. Вычислите:

$$\text{а) } (-3)^4, \quad \text{б) } 5^2 \cdot 2^3, \quad \text{в) } \left(\frac{3}{4}\right)^3.$$

3. Запишите числа в стандартном виде:

$$\text{а) } 3053, \quad \text{б) } 50,25.$$

Вариант 2

1. Запишите произведение в виде произведения степеней

$$b \cdot b \cdot b \cdot b \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7.$$

2. Вычислите:

$$\text{а) } (-2)^5, \quad \text{б) } 5^3 \cdot 2^2, \quad \text{в) } \left(\frac{2}{5}\right)^4.$$

3. Запишите числа в стандартном виде:

$$\text{а) } 205,7 \quad \text{б) } 35100.$$

Вариант 3

1. Запишите произведение в виде произведения степеней

$$3a \cdot 9 \cdot a \cdot a \cdot 27.$$

2. Вычислите:

а) 5^4 , б) $(-2)^3 \cdot 11^2$, в) $\left(-\frac{7}{8}\right)^3$.

3. Запишите числа в стандартном виде:

а) 525 000 202, б) 93,53.

Вариант 4

1. Запишите произведение в виде произведения степеней

$$b \cdot b \cdot 4 \cdot 2 \cdot b \cdot 16 \cdot b.$$

2. Вычислите:

а) $(-4)^4$, б) $7^2 \cdot 5^3$, в) $\left(-\frac{5}{6}\right)^3$.

3. Запишите числа в стандартном виде:

а) 112,35, б) 39 444 005.

Вариант 5

1. Вычислите:

а) $\left(-\frac{3}{7}\right)^3$, б) $\left(-2\frac{1}{2}\right)^3$.

2. Представьте числа в виде квадрата или куба:

а) 0,008, б) 216, в) $-\frac{25}{441}$.

3. Сравните числа:

а) $(-5,2)^3$ и $(-2,4)^2$, б) $-7,1^2$ и $-5,9^2$.

Вариант 6

1. Вычислите:

а) $\left(-\frac{5}{4}\right)^4$, б) $\left(-1\frac{3}{4}\right)^3$.

2. Представьте числа в виде квадрата или куба:

а) 0,0625, б) $-\frac{27}{125}$, в) 343.

3. Сравните числа:

а) $(-2,4)^4$ и $(-5,2)^3$, б) $-6,8^2$ и $-5,7^2$.

Вариант 7

1. Запишите произведение в виде произведения степеней
 $x^3 \cdot 2^3 \cdot x \cdot 8 \cdot x^2 \cdot 128$.
2. Представьте число в виде произведения степеней простых чисел:
а) $18 \cdot 20 \cdot 22$, б) $243 \cdot 15 \cdot 125$.
3. Какой цифрой заканчивается значение выражения:
а) $15^5 + 13^5 + 7^5$, б) $21^{23} + 32^{23} + 14^{23}$?

Вариант 8

1. Запишите произведение в виде произведения степеней
 $81 \cdot y \cdot y^4 \cdot 27 \cdot y^2 \cdot 9^2$.
2. Представьте число в виде произведения степеней простых чисел:
а) $14 \cdot 15 \cdot 16$, б) $343 \cdot 14 \cdot 63$.
3. Какой цифрой заканчивается значение выражения:
а) $16^4 + 24^4 + 32^4$, б) $15^{21} + 19^{21} + 27^{21}$?

6. Свойства степени с натуральным показателем**Вариант 1**

1. Запишите произведение в виде степени:
а) $x^{10} \cdot x^2 \cdot x$, б) $2^3 \cdot 4 \cdot 2^8$.
2. Произведите указанные действия:
а) $(a^5)^2 : (a^3)^2$, б) $\left(\frac{a^3}{b^4}\right)^4 : \left(\frac{a}{b^2}\right)^4$.
3. Вычислите:
а) $\frac{8^{16} \cdot 8^{10}}{8^{24}}$, б) $\frac{(-5)^3 \cdot (-5)^{10}}{(5^3)^3}$, в) $\frac{2^{10} + 2^9 + 2^8}{2^9 + (4^2)^2}$.

Вариант 2

1. Запишите произведение в виде степени:

а) $a \cdot a^5 \cdot a^{15}$,

б) $9 \cdot 3^3 \cdot 3^{11}$.

2. Произведите указанные действия:

а) $(y^7)^3 : (y^4)^4$,

б) $\left(\frac{x^3}{y}\right)^5 : \left(\frac{x^2}{y^3}\right)^3$.

3. Вычислите:

а) $\frac{4^{16} \cdot 4^{26}}{(4^3)^{13}}$,

б) $\frac{(-3)^9 \cdot (-3)^{16}}{3^{21}}$,

в) $\frac{3^{10} + 2 \cdot 3^9 + 3^8}{3^{11} - 11 \cdot 3^8}$.

Вариант 3

1. Запишите произведение в виде степени:

а) $(x^3)^4 \cdot (x^2)^3 : (x^5)^3$,

б) $2^7 \cdot 16^3 \cdot 8^2$.

2. Произведите указанные действия:

а) $\left(\frac{3}{4}\right)^3 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^4 : \left(\frac{3}{5}\right)^5$,

б) $\left(\frac{a}{a-b}\right)^5 \cdot \left(\frac{a-b}{a}\right)^3 : \left(\frac{a}{a-b}\right)^4$.

3. Вычислите:

а) $\frac{12^3 \cdot 5^6}{15^4 \cdot 10^4}$,

б) $\frac{6^6 \cdot 5^2}{15^3 \cdot 2^4}$,

в) $3 \cdot 2^6 - 8 \cdot 4^3 + 5 \cdot 8^2$.

Вариант 4

1. Запишите произведение в виде степени:

а) $(y^{10})^6 : (y^5)^5 \cdot (y^3)^2$,

б) $27^3 \cdot 3^6 \cdot 81^4$.

2. Произведите указанные действия:

а) $\left(\frac{4}{9}\right)^2 : \left(\frac{2}{5}\right)^5 \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^4$,

б) $\left(\frac{x-y}{x+y}\right)^6 : \left(\frac{x+y}{x-y}\right)^4 \cdot \left(\frac{x+y}{x-y}\right)^{11}$.

3. Вычислите:

а) $\frac{18^4 \cdot 10^2}{15^3 \cdot 12^5}$,

б) $\frac{10^3 \cdot 9^2}{6^3 \cdot 5^2}$,

в) $4 \cdot 3^6 - 11 \cdot 27^2 + 7 \cdot 9^3$.

Вариант 5

1. Запишите произведение в виде степени:

а) $81^6 : 243^4 \cdot 27^6 : 9^6$, б) $2^{3n-1} \cdot 4^{n+2} : 8^{n-3}$.

2. Вычислите:

а) $\frac{50^3}{(2^2)^3 \cdot 5^6}$, б) $\frac{3^{32} - 3 \cdot 9^{14}}{26 \cdot 27^{10}}$.

3. Решите уравнения:

а) $9^{7x+1} = 81^{2x+4}$, б) $\left(\frac{4}{9}\right)^{x+2} = \left(\frac{16}{81}\right)^{2x-5}$.

Вариант 6

1. Запишите произведение в виде степени:

а) $8^9 : 16^3 \cdot 128^3 : 64^2$, б) $27^{n-2} \cdot 243^{n+1} : 9^{n+3}$.

2. Вычислите:

а) $\frac{42^9}{(6^2)^3 \cdot 7^9}$, б) $\frac{2^{50} - 2 \cdot 4^{22}}{31 \cdot 8^{15}}$.

3. Решите уравнения:

а) $25^{3x-6} = 125^{x+5}$, б) $\left(\frac{25}{16}\right)^{7x+2} = \left(\frac{5}{4}\right)^{2x+4}$.

Вариант 7

1. Запишите произведение в виде степени:

а) $(16^4)^5 : 256^4 \cdot (64^2)^4 : 128^6$,
б) $9^{5n+3} \cdot 27^{3n+1} : 81^{2n-5}$.

2. Решите уравнения:

а) $\left(1\frac{11}{25}\right)^{3x+6} = \left(\frac{216}{125}\right)^{4x-2}$,
б) $(25^{3x-3})^2 = 27^x : 3^3$.

3. Вычислите:

а) $\frac{25^3 \cdot 14^2}{49 \cdot 10^6}$, б) $\frac{7^{40} + 7^{38} - 2 \cdot 7^{39}}{6^2 \cdot 49^{19}}$.

4. Докажите: $(8^7 - 2^{18}) : 7$.

Вариант 8

1. Запишите произведение в виде степени:

а) $(243^3)^5 : (81^2)^4 \cdot 27^8 : (9^3)^2$,

б) $64^{3n+3} : 32^{n+7} \cdot 16^{2n-9}$.

2. Решите уравнения:

а) $\left(\frac{343}{64}\right)^{2x-4} = \left(3\frac{1}{16}\right)^{2x}$,

б) $16^x \cdot 3 = 3^{2x} \cdot 4$.

3. Вычислите:

а) $\frac{36^3 \cdot 15^2}{18^4 \cdot 10^3}$,

б) $\frac{3^{48} - 3^{47} + 17 \cdot 3^{46}}{27^{15} \cdot 23}$.

4. Докажите: $(79^{10} + 79^9 \cdot 11) : 30$.

**7. Стандартный вид одночлена.
Умножение одночленов****Вариант 1**

1. Запишите одночлен в стандартном виде:

а) $3 \cdot a^2 \cdot 5 \cdot ab$,

б) $a^4 \cdot 32 \cdot a^3 \cdot \frac{1}{4} \cdot b^3$.

2. Запишите одночлен в стандартном виде и найдите его числовое значение

$x^2y \cdot 6 \cdot x^3y^4$, если $x = \frac{2}{3}$, $y = \frac{3}{4}$.

3. Выполните действия:

а) $\left(\frac{1}{2}ab\right) \cdot \left(-1\frac{1}{3}a^3b\right)$, б) $(3xy)^3 \cdot (-2x^2y^3)^2$.

Вариант 2

1. Запишите одночлен в стандартном виде:

а) $x^3 \cdot 7 \cdot y^2 \cdot 5 \cdot x^2$,

б) $18 \cdot x^4 \cdot \frac{5}{6}yx^3$.

2. Запишите одночлен в стандартном виде и найдите его числовое значение

$$ab \cdot 12 \cdot a^3 \cdot b^2, \text{ если } a = \frac{3}{4}, b = \frac{2}{9}.$$

3. Выполните действия:

$$\text{а) } \left(-\frac{1}{4}x^2y\right) \cdot \left(\frac{1}{7}xy^3\right), \quad \text{б) } (4a^2b^2) \left(-\frac{1}{2}ab^3\right)^3.$$

Вариант 3

1. Запишите одночлен в стандартном виде и найдите его числовое значение:

$$\text{а) } 2\frac{1}{2} \cdot a^2 \cdot \frac{3}{5} \cdot a^3, \quad a = -\frac{2}{3},$$

$$\text{б) } -3x^2y \cdot 3\frac{2}{3} \cdot x^4, \quad y = -\frac{1}{11}, x = 2.$$

2. Представьте одночлен в виде квадрата другого одночлена:

$$\text{а) } 144a^4b^6c^8,$$

$$\text{б) } \frac{25}{16}x^{12}y^{16}.$$

3. Вычислите:

$$\text{а) } \frac{(3^3)^3 \cdot (3^5)^6}{(3^6)^6},$$

$$\text{б) } \frac{(-5^4)^3 \cdot (5^2)^6}{((-5)^5)^5}.$$

Вариант 4

1. Запишите одночлен в стандартном виде и найдите его числовое значение:

$$\text{а) } 3\frac{1}{3} \cdot b \cdot 0,2b^3, \quad b = -\frac{3}{2},$$

$$\text{б) } -7\frac{1}{2} \cdot x \cdot y^2 \cdot x^2, \quad x = -\frac{1}{5}, y = -8.$$

2. Представьте одночлен в виде квадрата другого одночлена:

$$\text{а) } \frac{1}{169}x^2 \cdot y^8 \cdot z^{14},$$

$$\text{б) } 0,25a^{36} \cdot b^4.$$

3. Вычислите:

$$\text{а) } \frac{(2^4)^6 \cdot (-2)^{12}}{-(2^4)^{10}},$$

$$\text{б) } \frac{(6^3)^8 \cdot (-6^4)^3}{(6^{11})^3}.$$

Вариант 5

1. Выполните действия:

а) $\left(-1\frac{5}{7}a^3b^4\right) \cdot (0,7a^4b^8),$

б) $\left(-\frac{9}{16}x^2y^2\right) \cdot \left(-\frac{4}{3}xy^3\right)^3.$

2. Представьте данное выражение в виде куба или квадрата другого одночлена:

а) $216x^{27}y^{81},$

б) $a^{m+n} \cdot a^{m-n}.$

3. Вычислите: $\frac{(25^3)^4 \cdot (125^3)^5}{(625^2)^9}.$ **Вариант 6**

1. Выполните действия:

а) $\left(4\frac{1}{8}x^3y^6\right) \cdot \left(-\frac{16}{33}xy^5\right),$

б) $\left(-\frac{36}{49} \cdot ab^3\right) \cdot \left(-1\frac{13}{36}a^4b\right)^2.$

2. Представьте данное выражение в виде куба или квадрата другого одночлена:

а) $27a^9b^{36},$

б) $b^{m-n} \cdot b^{5m+n}.$

3. Вычислите: $\frac{(3^5)^8 \cdot (81^2)^5}{(243^3)^4}.$ **Вариант 7**

1. Упростите и найдите значение выражения

$$\left(-\frac{13}{15}a^4b^2\right)^2 \cdot \left(\frac{15}{26}a^3b^4\right)^3; \quad a = -1\frac{6}{7}, \quad b = \frac{7}{13}.$$

2. Представьте данный одночлен в виде полного квадрата или куба другого одночлена:

а) $64a^6b^{18},$

б) $-125a^{18}b^{24}.$

3. Вычислите: $\frac{(36^2)^3 \cdot (4^6)^4 \cdot (27^3)^2}{(12^3)^{10} \cdot 64}.$

Вариант 8

1. Упростите и найдите значение выражения

$$\left(-\frac{16}{25}a^4b^3\right)^2 \cdot \left(\frac{5}{4}a^2b^2\right)^3; \quad a = \frac{9}{16}, \quad b = -1\frac{7}{9}.$$

2. Представьте данный одночлен в виде полного квадрата или куба другого одночлена:

а) $-8x^{12}b^6$, б) $\frac{1}{64}x^{36}y^{96}$.

3. Вычислите:
- $\frac{(14^2)^7 \cdot (16^2)^3}{(49^3)^2 \cdot (32^2)^4}$
- .

8. Приведение подобных членов**Вариант 1**

1. Упростите многочлены:

а) $9a^2 \cdot \frac{1}{27} \cdot ab^2 + 1\frac{1}{2}b^3 \cdot 3\frac{1}{3}b^4$,

б) $-3a^2 \cdot 2ab + 4a \cdot 2 \cdot ab + 13 \cdot a \cdot 2 \cdot a^2$.

2. Упростите многочлен и найдите его числовое значение

$$-1,2x^2 \cdot 5y + 1\frac{2}{3}xy^2 \cdot 1\frac{1}{5}; \quad x = -2, \quad y = -1.$$

3. Приведите многочлены к стандартному виду:

а) $-3x \cdot 5x + 2x \cdot 3 - 4x \cdot 3x^2 + x \cdot 5 \cdot x - 6x$,

б) $4ab - 2b \cdot 5a^2 - b \cdot 2 \cdot a \cdot 2 + 4a^2 \cdot 3b$.

Вариант 2

1. Упростите многочлены:

а) $-12xy \cdot 1\frac{1}{3}x^2y + 21x^2y \cdot 1\frac{1}{7}xy^2$,

б) $-4xy \cdot 5x^2y + x^2y \cdot 4 \cdot x^3y^3 \cdot (-5)$.

2. Упростите многочлен и найдите его числовое значение

$$2,4a \cdot 1\frac{1}{9}ab - 3a^2 \cdot 1\frac{1}{3}ab^2; \quad a = -1, \quad b = -3.$$

3. Приведите многочлены к стандартному виду:

а) $5a^2 - a \cdot 8 \cdot a^2 - a \cdot 5 \cdot a - 2a \cdot a^2 - 7a$,

б) $-xy^2 + x \cdot 6 \cdot y^2 \cdot 2 - y^2 \cdot 4 \cdot 3x + xy^2$.

Вариант 3

1. Упростите многочлен и найдите его числовое значение

$$-5a^2 \cdot 2 \cdot b + 3,2 \cdot b^2 \cdot 5a; \quad a = -3, b = -2.$$

2. Приведите многочлены к стандартному виду:

а) $-7x^3 + 5x \cdot 2 \cdot x - 2x \cdot (-5)x^2 - 6x$,

б) $2x^2y - 3x \cdot 5y - 4y \cdot 2x^2 + 7,5x \cdot 2y$.

3. Приведите левую часть уравнения к многочлену стандартного вида и решите его:

а) $9x^3 - 7x^2 + 5x - 3x^3 + 3x^2 - 6x^3 + 4x^2 + 10 = 0$,

б) $-4\frac{1}{7}x \cdot \left(-\frac{7}{29}x\right) + 3x^2 + 4x + 16 - 4x^2 = 0$.

Вариант 4

1. Упростите многочлен и найдите его числовое значение

$$2\frac{4}{5} \cdot x \cdot 1\frac{3}{7}xy - 2 \cdot x \cdot y \cdot 3 \cdot y; \quad x = -4, y = -1.$$

2. Приведите многочлены к стандартному виду:

а) $a5a - 9a^3 + 3a^2(-2) - a^2(-4a)$,

б) $-7ab + 3a(-5b^2) - 4b^2 \cdot (2a) + 3,5a \cdot 2b$.

3. Приведите левую часть уравнения к многочлену стандартного вида и решите его:

а) $14x^2 - 2x^3 - 10x^2 + 5x^3 - 4x^2 + 7x - 3x^3 + 21 = 0$,

б) $7x^2 - 3x + \left(-3\frac{2}{11}x\right) \cdot \left(\frac{11}{35}x\right) + 18 - 6x^2 = 0$.

Вариант 5

1. Упростите многочлен и найдите его числовое значение:

а) $3u^2v - 5uv^2 + 5v^2 - 3vu^2 + 5v^2u$; $u = -13,5, v = -2$,

$$6) 12abc - 7a^2c + 14bc^2 - 7a^2c - 14bc^2 + 14a^2c;$$

$$a = -\frac{7}{6}, b = -\frac{1}{7}, c = -\frac{3}{2}.$$

2. Приведите многочлен к стандартному виду

$$-18x^3 + 14x - 17x^2 + 3x^3 - 9x^2 - 14x.$$

3. При каком значении x значение многочлена равно 0?

$$-12x^3 + 4x^2 + 12x^3 - 7x^2 + 0,5x + 3x^2 + 2 = 0.$$

Вариант 6

1. Упростите многочлен и найдите его числовое значение:

$$а) 7pq - 8p^2q + 18pq^2 + 8qp^2 - 18q^2p; \quad p = -\frac{12}{49}, q = \frac{7}{12},$$

$$б) 15xy^2 - 49x^2 \cdot y \cdot z + 3y^2x - 8xyz - 18xy^2 + 8xyz;$$

$$x = -\frac{1}{7}, y = -\frac{9}{25}, z = -2\frac{7}{9}.$$

2. Приведите многочлен к стандартному виду

$$33y^2 - 17y^3 + y - 93y^2 + 17y^3 - 2y.$$

3. При каком значении x значение многочлена равно 0?

$$7 - 22x^3 + 3x^2 - 21x + 22x^3 - 9x^2 - 21 + 6x^2 = 0.$$

Вариант 7

1. Упростите многочлен и найдите его числовое значение:

$$а) 17a^3b + 8ab^2 - 9a^3b - 8ba^3 + 8a(-b)^2;$$

$$a = -1, b = -\frac{1}{4},$$

$$б) 14a^2bc - 9a^2bc + 13abc + 14a^2(-b)c - 13abc;$$

$$a = -\frac{1}{3}, b = -3\frac{7}{8}, c = -\frac{8}{31}.$$

2. При каком значении x значение многочлена равно 0?

$$32 - 7x^2 + 2x^3 - 3x^2 + 16x + 10x^2 - 2x^3 = 0.$$

3. Докажите:

$$а) (\overline{ab} - \overline{ba}) : 9,$$

$$б) \overline{aabb} : 11.$$

Вариант 8

1. Упростите многочлен и найдите его числовое значение:

а) $32a^2b^3 - 17ab + 3a^2b + 17ab - 3b(-a)^2$;

$$a = -\frac{1}{4}, \quad b = -\frac{1}{2},$$

б) $7xyz^2 - 81xy^2z + 7(-x)z^2y + 12xyz + 8 - 12(-x)(-y)z$;

$$x = -\frac{1}{3}, \quad y = -\frac{2}{3}, \quad z = -\frac{1}{4}.$$

2. При каком значении x значение многочлена равно 0?

$$13x + 4x^2 - 21x^3 + 7x^2 + 10x^3 + 26 + 11x^3 - 11x^2 = 0.$$

3. Докажите:

а) $(\overline{ab} + \overline{ba}) : 11$,

б) $\overline{aaa} : 37$.

9. Сложение и вычитание многочленов**Вариант 1**

1. Упростите:

а) $(2x^2 - xy + y^2) - (x^2 - 2xy - y^2)$,

б) $5(x - 3) - 4(2 - x)$.

2. $A = 2x^2 - 7xy + y^2$; $B = -x^2 + 7xy - y^2$.

а) Найдите $A + B$.

б) Найдите $A - B$.

3. Решите уравнения:

а) $(3x - 5) - (2x - 2) = 1$,

б) $\frac{x+2}{7} - \frac{x-2}{4} = 2$.

Вариант 2

1. Упростите:

а) $(a^2 - 3ab + 2b^2) - (2a^2 - 2ab - b^2)$,

б) $7(3 - x) - 4(2x - 1)$.

2. $P = x^2 - xy + 2y^2$; $Q = -2x^2 + 5xy - 2y^2$.

а) Найдите $P + Q$.

б) Найдите $P - Q$.

3. Решите уравнения:

а) $(5x + 4) - (3x - 6) = 4$, б) $\frac{2x - 3}{5} - \frac{x + 1}{3} = -1$.

Вариант 3

1. Упростите:

а) $(3p^2 - 2pq - q^2) - (4p^2 + 3pq - 7q^2)$,

б) $(2p^2 - 3pq + 2q^2) \cdot (-3q^2)$.

2. $A = 3x^2 - 8xy - 4y^2$; $B = -4x^2 + 8xy - 5y^2$.

а) Найдите $A + B$. б) Найдите $A - B$.

3. Найдите значение алгебраического выражения:

а) $3(5x - 2y) - 5(3x - 4y)$; $x = -217$, $y = -2$,

б) $4a(3a^2 - ab^2 - b^3) - 6a\left(2a^2 + ab^2 - \frac{2}{3}b^3\right)$;

$$a = -\frac{12}{17}, \quad b = 1\frac{5}{12}.$$

Вариант 4

1. Упростите:

а) $(13a^2 + 4ab - 8b^2) - (12a^2 - 2ab + 7b^2)$,

б) $(7a^2 - 2ab + b^2) \cdot (-4a^3)$.

2. $P = -2a^2 + 3ab - 7b^2$; $Q = 5a^2 - 3ab + 4b^2$.

а) Найдите $P + Q$. б) Найдите $P - Q$.

3. Найдите значение алгебраического выражения:

а) $4(2a - 5b) - 5(3a - 4b)$; $a = -3$, $b = -303$,

б) $5y(4x^2 - xy + y) - 2y(10x^2 + xy + 2,5y)$;

$$x = -\frac{2}{5}, \quad y = -\frac{1}{2}.$$

Вариант 5

1. Упростите:

а) $(12x^2 - 7xy - 9y^2) - (5xy - 17y^2 + 9x^2)$,

б) $7x(x - y) - 3y(x + y) - 2x(2x - 3y)$.

2. Упростите выражение и найдите его значение:

а) $2(a+b) - b(2a-b) - b(b-1)$; $b = -0,4$, $a = -0,3$,

б) $3u(u^2 - 3u - 7) - 2u(u^2 + 2u - 4) - u(u^2 - 13u + 5)$;
 $u = -\frac{2}{3}$.

3. Решите уравнения:

а) $\frac{5x-3}{5} - \frac{x-3}{3} = 2$,

б) $6(4-3x) - 5(3-x) - 3(2x-1) = 88$.

Вариант 6

1. Упростите:

а) $(14a^2 - 17ab - 8b^2) - (17ab + 12a^2 - 4b^2)$,

б) $4a(a+2b) - 7b(2a-b) - 3a(2a-3b)$.

2. Упростите выражение и найдите его значение:

а) $x(2x-2y) + x(2y-x) - 2(x-y^2)$; $x = -0,1$, $y = 0,7$,

б) $5v(2v^2 - v + 3) - 4v(v^2 - 2v + 5) - 6v\left(v^2 + \frac{1}{2}v - 4\right)$;
 $v = -\frac{7}{19}$.

3. Решите уравнения:

а) $\frac{3x-4}{3} + \frac{x-5}{4} = 2$,

б) $7(1+6x) - 4(3x-2) - 9(9x+4) = 30$.

Вариант 7

1. Упростите:

а) $12u^2(3u^2 - 3uv + v^2) - 4u(9u^3 - 2u^2v + 3uv^2)$,

б) $24x(x-2y) - 13y(y-2x) - 11x(x-2y)$.

2. Упростите выражение и найдите его значение

$u^2(u^2 - 3u + 1) - 2u(u^3 - 3u^2 + u) + u^4 - 3u^3 + u^2$; $u = 1\frac{1}{3}$.

3. Решите уравнения:

а) $\frac{5x+3}{9} - \frac{2x-3}{3} = 1,$

б) $\frac{x-2}{5} + \frac{2x-5}{4} + \frac{4x-1}{20} = 4-x.$

Вариант 8

1. Упростите:

а) $14p(p^3 - 4pq + 2pq^2) - 7p^2(2p^2 - 3q + 4q^2),$

б) $15a(a - 2b) - 10b(a + 2b) - 5a(2a - 3b).$

2. Упростите выражение и найдите его значение

$$v^2(v^2 + 5v - 1) - 3v(v^3 + 5v^2 - v) + 2v^4 + 10v^3 - 2v^2; \quad v = 3\frac{1}{3}.$$

3. Решите уравнения:

а) $\frac{7x+4}{10} - \frac{8x+6}{5} = 1,$

б) $\frac{2x-3}{5} + \frac{x-1}{4} + \frac{5x+1}{20} = 3-x.$

10. Умножение и деление многочленов

Вариант 1

1. Выполните действия:

а) $(x+3)(x-7),$

в) $(49a^2b^3 - 14ab^2) : (7ab).$

б) $(12a - 6) : 3,$

2. Упростите:

а) $(3a+b)(a-b+1),$

б) $(x+7)(x-2) + (2x^4 - 4x^2) : (-2x^2).$

3. Решите уравнение $(x-5)(x-2) - (x+1)(x-4) = 6.$

Вариант 2

1. Выполните действия:

а) $(a + 4)(a - 5)$,

б) $(25x - 10) : 5$,

в) $(24p^2q^4 - 36p^4q^3) : (-6p^2q^3)$.

2. Упростите:

а) $(4x - y)(x - 2y - 1)$,

б) $(a - 2)(a - 3) + (7a^4 - 21a^2) : (-7a^2)$.

3. Решите уравнение $(x - 8)(x + 1) - (x + 3)(x - 2) = 6$.Вариант 3

1. Выполните действия:

а) $(2x - 1)(3x - 2)$,

б) $(14x^3 - 7x^2) : (-7x)$,

в) $(x + 1)(x^2 - x + 1) + (4x^5 + 8x^2) : (-4x^2)$.

2. Упростите и вычислите:

$$(3a - 2)(a^2 - a + 1) - (6a^5 - 10a^4) : (2a^2); \quad a = -6.$$

3. Решите уравнения:

а) $(2x + 3)(3x - 2) - (1 - 3x)(3 - 2x) = 7$,

б) $\frac{(2x - 1)(x + 1)}{2} - \frac{(3x + 1)(x - 2)}{3} = -2$.

Вариант 4

1. Выполните действия:

а) $(4a + 3)(1 - 2a)$,

б) $(16a^2 - 12a) : (-4a)$,

в) $(x + 2)(x^2 - 2x + 4) + (x^4 + 8x) : (-x)$.

2. Упростите и вычислите:

$$(2x - 1)(x^2 - 2x + 3) + (6x^5 - 15x^4) : (-3x^2); \quad x = -8.$$

3. Решите уравнения:

а) $(6x - 1)(x + 1) - (2x + 3)(3x - 2) = -3 + x$,

б) $\frac{(3x - 1)(x + 2)}{3} - \frac{(2x + 1)(x - 1)}{2} = 2$.

Вариант 5

1. Выполните действия:

а) $(3a + 5)(7 - 4a)$,

б) $(5y - 1)(y^2 - y + 2)$,

в) $(18a^3 - 12a^2 + 6a) : (-6a)$.

2. Преобразуйте в многочлен стандартного вида:

а) $(x^2 - x + 1)(x^2 + x + 1)$,

б) $(y - 1)(y^5 - y^4 + y^3 - y^2 + y - 1)$.

3. Решите уравнения:

а) $\frac{(5x + 2)(x - 1)}{5} - \frac{(3x - 5)(x + 2)}{3} = 2$,

б) $(x - 2)(x + 3) - (x + a)(x - 1) = 6$.

Вариант 6

1. Выполните действия:

а) $(4x - 7)(2 - 3x)$,

б) $(1 - 2x)(5 + x - x^2)$,

в) $(24x^4 - 12x^3 - 18x^2) : (-6x^2)$.

2. Преобразуйте в многочлен стандартного вида:

а) $(a^4 + a^2 + 1)(a^4 - a^2 + 1)$,

б) $(a^6 + a^5 + a^4 + a^3 + a^2 + a + 1)(a - 1)$.

3. Решите уравнения:

а) $\frac{(x - 2)(3x + 5)}{3} - \frac{(x + 1)(5x - 2)}{5} = -2$,

б) $(x + 1)(x + 5) - (x + 2)(x - a) = 5$.

Вариант 7

1. Выполните действия:

а) $(4a - 7)(2a^2 - a - 3)$,

б) $(18a^2b^3 - 36a^3b^4 + 48a^4b^3) : (-6a^2b^3)$.

2. Преобразуйте в многочлен стандартного вида:

а) $(a^8 - a^4 + 1)(a^8 + a^4 + 1)$,

б) $(2a - 1)(4a^2 + 2a + 1)$,

в) $(a - 3)(a - 4)(a^2 - 7a - 12)$.

3. Решите уравнения:

а) $\frac{(x - 2)(6x + 1)}{6} - \frac{(3x - 1)(x + 1)}{3} = -5$,

б) $(x - a)(x + 2a) = (x + 4a)(x - 2a)$.

Вариант 8

1. Выполните действия:

а) $(3u^2 - 5u + 2)(u - 1)$,

б) $(75u^2v^4 - 45u^3v^5 + 15u^4v^4) : (-15u^2v^4)$.

2. Преобразуйте в многочлен стандартного вида:

а) $(b^{16} + b^8 + 1)(b^{16} - b^8 + 1)$,

б) $(1 + 2b)(1 - 2b + 4b^2)$,

в) $(b - 2)(b - 3)(b^2 + 5b + 6)$.

3. Решите уравнения:

а) $\frac{(x - 1)(3x + 1)}{3} - \frac{(x + 2)(6x - 1)}{6} = 5$,

б) $(x + 3a)(x - 2a) - (x + a)(x - 3a) = 0$.

11. Разложение многочлена на множители

Вариант 1

1. Разложите на множители:

- а) $2m(a - b) - 3n(b - a)$,
- б) $18ab^3 + 27a^2 - 45ab^4$,
- в) $a(x - y) + b(x - y) - c(y - x)$,
- г) $m(a - 1) - 2n + 2an$,
- д) $32ac^2 + 15cx^2 - 10c^3 - 48ax^2$.

2. Решите уравнение $x^2 - 5x = 0$.

3.* Докажите, что $8^7 - 2^{18}$ делится на 14.

Вариант 2

1. Разложите на множители:

- а) $x^2(b - 1) - y(1 - b)$,
- б) $7a^2b^2 + 14a^3b - 28ab^3$,
- в) $b^3(a - 2) + 4a(2 - a) + 3(a - 2)$,
- г) $4x^2y - 4xy^2 - y + x$,
- д) $56a^2 - 40ab + 63ac - 45bc$.

2. Решите уравнение $x^2 + 4x = 0$.

3.* Докажите, что $79^2 + 79 \cdot 11$ делится на 30.

Вариант 3

1. Разложите на множители:

- а) $m(x - y) + n(y - x)$,
- б) $54a^8b^5 - 42a^5b^3 - 24a^4b^7$,
- в) $x^7(a^2 - c) + t^2(a^2 - c) - q(c - a^2)$,
- г) $ab - ac + cd - bd$,
- д) $21pq^2 - 28px^2 - 27q^3 + 36qx^2$.

2. Решите уравнение $x^2(x - 3) + 2x(3 - x)^2 = 0$.

3.* Докажите, что $313 \cdot 299 - 313^2$ делится на 7.

Вариант 4

1. Разложите на множители:

а) $a(x - 5) - 7(5 - x)$,

б) $24a^3b^4c - 12a^2b^4c^2 + 6a^2b^3$,

в) $ab - ac + bd - cd - b + c$,

г) $x^3 + x^2z - 2xz^2 - 2z^3$,

д) $2ac + 6bc - 4ad - 12bd$.

2. Решите уравнение $y(y - 5) - 3y(5 - y)^2 = 0$.

3.* Докажите, что $8^5 + 2^{11}$ делится на 17.

Вариант 5

1. Разложите на множители:

а) $8a^3(2x - y)^2 - 12a^2(y - 2x)^3$,

б) $10ab - 3ac + 2a^2 - 15bc$,

в) $-6xy + 9y^2 + 8x^4 - 12x^3y$.

2. Докажите, что $3^{n+2} - 2^{n+2} + 3^n - 2^n$ делится на 10.

3.* Решите уравнение $x^2 + 7x + 12 = 0$.

4. Докажите, что $\overline{ab} - \overline{ba}$ делится на 9.

Вариант 6

1. Разложите на множители:

а) $27x^3(2a - b)^2 - 18x^2(b - 2a)^3$,

б) $12a^2 - 6bc + 9ac - 8ab$,

в) $-12a^2p + 15p^3 + 8a^4 - 10a^2p^2$.

2. Докажите, что $7^{n+2} - 3^{n+2} + 7^n - 3^n$ делится на 10.

3. Решите уравнение $x^2 + 3x - 10 = 0$.

4. Докажите, что $\overline{abc} - \overline{cba}$ делится на 99.

Вариант 7

1. Разложите на множители:

а) $x(x+z-y) + y(y-x-z) + (x-y+z)$,

б) $16x^4y^2 + 12x^2y^4 - 20x^8y^2 - 15x^6y^4$,

в) $x^{m+1} - x^m + x - 1$.

2. Найдите численное значение выражения

$$a^2 - ab - 2a + 2b \quad \text{при } a = 0,35 \text{ и } b = 0,15.$$

3. Докажите, что $\overline{abc} + \overline{bca} + \overline{cab}$ делится на 3 и 37.

4. Решите уравнение $ax - x = a^2 - 4a + 3$.

Вариант 8

1. Разложите на множители:

а) $2x(5x-2) - xy(5x-2) + y^2(2-5x)$,

б) $5b^2c^3 - 2bc^2k - 5ck^2 + 2k^3$,

в) $y^{k+1} + y - y^k - 1$.

2. Найдите численное значение выражения

$$ab + 5b - 2a - 10 \quad \text{при } a = 0,45 \text{ и } b = 0,25.$$

3. Докажите, что $\overline{mn} + 2m - 3n$ — четное число.

4. Решите уравнение $by + y = b^2 + 3b + 2$.

12. Формулы $a^2 - b^2$ и $(a \pm b)^2$

Вариант 1

1. Разложите на множители:

а) $9a^2 - 16$,

в) $-4 - 4a - a^2$,

б) $x^2 - 8ax + 16a^2$,

г) $(a+2b)^2 - (3a-b)^2$.

2. Решите уравнение $(x-2)^2 - (x-1)(x+1) = 0$.

3. Вычислите $87^2 - 174 \cdot 67 + 67^2$.

Вариант 2

1. Разложите на множители:

а) $25 - 16x^2$,

в) $-16a^2 + 8a - 1$,

б) $9x^2 + 6x + 1$,

г) $(a - 3b)^2 - (a + 2b)^2$.

2. Решите уравнение $(x + 3)^2 + (2 - x)(2 + x) = 0$.3. Вычислите $202^2 - 54^2 + 256 \cdot 352$.**Вариант 3**

1. Разложите на множители:

а) $25a^2 - (a + b)^2$,

в) $-x^4 - 2nx^2 - n^2$,

б) $a^4 + 2a^2b + b^2$,

г) $16(x - y)^2 - 25(x + y)^2$.

2. Решите уравнение $(3x - 1)^2 - 8(x + 1)^2 = (x + 2)(x - 2)$.3. Вычислите $\frac{38^2 - 17^2}{47^2 - 361}$.**Вариант 4**

1. Разложите на множители:

а) $4x^2 - (3x - 2y)^2$,

в) $-9c^2 + 12cd^2 - 4d^4$,

б) $x^4 - 2b^2x^2 + b^2$,

г) $49(2m - 3n)^2 - 9(m + n)^2$.

2. Решите уравнение $(2x + 1)^2 - 3(x - 5)^2 = (x + 3)(x - 3)$.3. Вычислите $\frac{106^2 - 121}{122^2 - 64}$.**Вариант 5**

1. Разложите на множители:

а) $25m^2 + 30mn + 9n^2$,

б) $y^2 - 10y + 25 - 4m^2$.

2. Докажите, что $(ab - 1)^2 + (a + b)^2 = (a^2 + 1)(b^2 + 1)$.3. Упростите $(a + 2b)(a - 2b)(a^2 + 4b^2)$.4. Докажите, что при всяком натуральном n выражение $(n^2 + 3n + 1)^2 - 1$ делится без остатка на 24.5. Вычислите $(x + y)^2 + 2x + 2y + 1$ при $x = 3,74$, $y = 1,26$.

Вариант 6

1. Разложите на множители:

а) $9a^2 + 48ab + 64b^2$, б) $x^2 + 8x + 16 - 9a^2$.

2. Докажите, что $(1 - m)(1 - m^2) + m(m + 1) = m^3 + 1$.

3. Упростите $(x - 3y)(x + 3y)(x^2 + 9y^2)$.

4. Докажите, что квадрат всякого нечетного числа, уменьшенный на единицу, делится на 8.

5. Вычислите $(a + b)^2 + 4a + 4b + 4$ при $a = 5,37$, $b = 2,63$.

Вариант 7

1. Докажите, что $(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$.

2. Разложите на множители:

а) $a^2 - b^2 - c^2 + 2bc$,

б) $a^2b + b^2c + ac^2 - ab^2 - bc^2 - a^2c$.

3. Решите уравнение

$$(3 + x)^2 + (5 - 2x)(5 + 2x) - 3(5 - x^2) = 1.$$

4. Некоторое натуральное число при делении на 5 дает в остатке 1, а другое число при делении на 5 дает в остатке 2. Докажите, что сумма квадратов этих чисел делится на 5.

5. Докажите, что многочлен

$$3a^2 + 3b^2 + 3c^2 - 2ab - 2ac - 2bc$$

принимает неотрицательные значения при любых численных значениях входящих в него букв.

Вариант 8

1. Докажите, что $(x + y - z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2xy - 2xz - 2yz$.

2. Разложите на множители:

а) $(x + 3y)^2 - y^2 + 2xy - x^2$,

б) $a^4 + b^4 + 2a^3b + 2a^2b^2 + 2ab^3$.

3. Решите уравнение

$$-6(2+m)(2-m) + (5-m)^2 - m(7m-1) = 0.$$

4. Натуральное число при делении на 11 дает в остатке 4. Докажите, что его квадрат при делении на 11 дает в остатке 5.

5. Докажите, что многочлен

$$2x^2 + 2y^2 + 13z^2 - 2xy + 4xz - 6yz$$

принимает неотрицательное значение при любых численных значениях входящих в него букв.

13. Формулы $a^3 \pm b^3$ и $(a \pm b)^3$

Вариант 1

1. Разложите на множители $27 - c^3$.
2. Выполните действия $(x+5)(x^2 - 5x + 25) - 125$.
3. Вычислите $a^3 + 8 + 6a(a+2)$ при $a = 3$.
4. Вычислите: $(27,3^3 + 16,7^3) : (27,3^2 - 27,3 \cdot 16,7 + 16,7^2)$.
5. Разложите на множители:
а) $n^4 - n^3 - n + 1$, б) $ax + x^2 + ay - y^2$.
6. Произведение двух последовательных натуральных чисел на 38 меньше произведения следующих двух последовательных натуральных чисел. Найдите эти числа.

Вариант 2

1. Разложите на множители $125 + a^3$.
2. Выполните действия $(x-4)(x^2 + 4x + 16) + 64$.
3. Вычислите $m^3 - 64 - 12m(m-4)$ при $m = 9$.
4. Вычислите: $(25,8^3 + 19,2^3) : (25,8^2 - 25,8 \cdot 19,2 + 19,2^2)$.
5. Разложите на множители:
а) $a^4 + a^3 - a - 1$, б) $x^2 + my - y^2 - mx$.

6. Докажите, что если к произведению двух последовательных целых чисел прибавить большее из них, то получится квадрат большего числа.

Вариант 3

1. Разложите на множители $16x^3 + 54y^3$.

2. Найдите значение выражения

$$m(m+2)(m-2) - (m-3)(m^2+3m+9) \quad \text{при } m = \frac{1}{4}.$$

3. Разложите на множители $27a^3c - 27a^2bc + 9ab^2c - b^3c$.

4. Вычислите: $\frac{71^3 + 49^3}{120} - 71 \cdot 49$.

5. Разложите на множители:

$$\text{а) } 3x^3 - 3y^3 + 5x^2 - 5y^2, \quad \text{б) } m^2 + n^2 + 2mn + 2m + 2n + 1.$$

6. Докажите, что разность квадратов двух последовательных натуральных чисел есть число нечетное.

Вариант 4

1. Разложите на множители $250a^3 - 32b^3$.

2. Найдите значение выражения

$$(k+4)(k^2 - 4k + 16) - k(k-3)(k+3) \quad \text{при } k = \frac{1}{9}.$$

3. Разложите на множители $x^3z + 9x^2yz + 27xy^2z + 27y^3z$.

4. Вычислите: $\frac{67^3 + 52^3}{119} - 67 \cdot 52$.

5. Разложите на множители:

$$\text{а) } 5a^3 + 5b^3 - 3a^2 + 3b^2, \quad \text{б) } x^2 + 4y^2 - 4xy - 4x + 8y + 4.$$

6. Докажите, что разность квадратов двух последовательных нечетных натуральных чисел равна удвоенной сумме этих чисел.

Вариант 5

1. Разложите на множители:

а) $64 + (3c - 1)^3$,

б) $a^6 - 25a^2 + 10a - 1$,

в) $-9x^{3m}y^n + 12x^{5m}y^{3n} - 21x^{6m}y^{2n}$.

2. Решите уравнение $-7x^2 + (3x - 4)^2 - 2(4 + x)(x - 4) = 0$.3. Какое число надо прибавить к многочлену $9x^2 + 30x - 3$, чтобы получить квадрат двучлена?4. Вычислите: $\frac{53^2 + 22^2 - 47^2 - 16^2}{65^2 - 2 \cdot 65 \cdot 59 + 59^2}$.

5. Докажите, что сумма кубов трех последовательных целых чисел делится на 3.

Вариант 6

1. Разложите на множители:

а) $125 - (2c + 1)^3$,

б) $m^8 - 36m^2 + 12m - 1$,

в) $10a^{4n}b^{3m} + 20a^{2n}b^{5m} - 15a^{3n}b^{4m}$.

2. Решите уравнение $-(3x - 1)^2 + 2(5 + x)(x - 5) + 7x^2 = 3$.3. Какое число надо прибавить к многочлену $9x^2 - 60x - 2$, чтобы получить квадрат двучлена?4. Вычислите: $\frac{109^2 - 2 \cdot 109 \cdot 61 + 61^2}{79^2 + 73^2 - 49^2 - 55^2}$.

5. Докажите, что сумма единицы с квадратами трех последовательных чисел делится на 3.

Вариант 7

1. Разложите на множители:

а) $a^3 + a^2x - 3ax + 9x + 27$,

б) $(a + b)^3 - (a - b)^3 - 2b$,

в) $7x^{2m+2} - 14 \cdot x^{m+2} + 7x^2$.

- Докажите, что при любом натуральном n
 $n^4 + 3n^3 - n^2 - 3n$ делится на 6.
- Натуральное число при делении на 5 дает в остатке 4. Докажите, что сумма куба этого числа и его квадрата делится на 5.
- Докажите, что многочлен
$$(x^2 - xy + y^2)^3 + (x^2 + xy + y^2)^3$$
принимает неотрицательное значение при любых численных значениях входящих в него букв.
- Вычислите: $\left(\frac{97^3 + 83^3}{180} - 97 \cdot 83\right) : (35^2 - 28^2)$.

Вариант 8

- Разложите на множители:
а) $x^3 - 8 + (x + 2)^2 - 2x$, б) $(a + b)^3 + (a - b)^3 - 3a$.
- Докажите, что при любом натуральном n
 $3^{n+2} - 2^{n+2} + 3^n - 2^n$ делится на 10.
- Некоторое натуральное число при делении на 5 дает в остатке 1, а другое число при делении на 5 дает в остатке 2. Докажите, что сумма квадратов этих чисел делится на 5.
- Докажите, что многочлен $x^2 - 2x + 2y^2 + 8y + 9$ принимает неотрицательное значение при любых численных значениях входящих в него букв.
- Вычислите: $\left(\frac{84^3 + 66^3}{150} - 84 \cdot 66\right) : (12^2 - 6^2)$.

14. Алгебраическая дробь. Сокращение дробей

Вариант 1

- Сократите дробь:

а) $\frac{28a^2}{21a}$, б) $\frac{15a - 15b}{25}$, в) $\frac{4a + 4b}{9a + 9b}$.

2. Упростите выражение и найдите его числовое значение:

а) $\frac{4a^2 - b^2}{10a - 5b}$; $a = -2$, $b = -1$,

б) $\frac{a^2 - 6ab + 9b^2}{9b^2 - a^2}$; $a = 1$, $b = -5$.

3. Сократите дробь: $\frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 1}$.

Вариант 2

1. Сократите дробь:

а) $\frac{32x^2}{48x^3}$, б) $\frac{24x - 12y}{6}$, в) $\frac{7x - 7y}{12x - 12y}$.

2. Упростите выражение и найдите его числовое значение:

а) $\frac{12x + 4y}{9x^2 - y^2}$; $x = 1$, $y = -1$,

б) $\frac{4x^2 - y^2}{y^2 - 4xy + 4x^2}$; $x = -2$, $y = 4$.

3. Сократите дробь: $\frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 - 2x + 1}$.

Вариант 3

1. Сократите дробь:

а) $\frac{30a^2 - 30b^2}{20a + 20b}$, б) $\frac{4a^2 - 12ab + 9b^2}{4a^2 - 9b^2}$.

2. Упростите выражение и найдите его числовое значение:

а) $\frac{3x^2 - 6xy + 3y^2}{6x^2 - 6y^2}$; $x = 3$, $y = -5$,

б) $\frac{3ax - ay + 3bx - by}{ax - 3ay + bx - 3by}$; $a = -31,7$, $b = -25,9$,
 $x = -1$, $y = -2$.

3. Сократите дробь: $\frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 4x + 4}$.

Вариант 4

1. Сократите дробь:

а) $\frac{12x + 12y}{36x^2 - 36y^2},$

б) $\frac{25x^2 - 9y^2}{25x^2 - 30xy + 9y^2}.$

2. Упростите выражение и найдите его числовое значение:

а) $\frac{14a^2 - 14b^2}{21a^2 - 42ab + 21b^2}; \quad a = -5, \quad b = -7,$

б) $\frac{2ux + 3vx - 2uy - 3vy}{2ux - 2uy - 3vx + 3vy}; \quad \begin{matrix} x = -31,8, & y = -47,6, \\ u = -3, & v = -1. \end{matrix}$

3. Сократите дробь: $\frac{x^2 + 7x + 6}{x^2 + 2x + 1}.$ **Вариант 5**

1. Сократите дробь:

а) $\frac{16x^2 - 8x + 1}{1 - 16x^2},$

в) $\frac{y^2 - x^2 + 4y + 4}{y - x + 2}.$

б) $\frac{64a^2 - 16b^2}{4a^2 - 4ab + b^2},$

2. Сократите дробь и найдите ее значение при заданных значениях букв:

а) $\frac{ax + ay - bx - by}{ax - ay - bx + by}; \quad \begin{matrix} a = -61,4, & b = 118, \\ x = -5, & y = -3, \end{matrix}$

б) $\frac{ab - b - ac + c}{a^3 - 3a^2 + 3a - 1}; \quad a = 2, \quad b = 1999, \quad c = 2000.$

3. Сократите дробь: $\frac{x^3 - 2x^2 + 4x - 3}{x^2 - 7x + 6}.$ **Вариант 6**

1. Сократите дробь:

а) $\frac{1 + 10x + 25x^2}{25x^2 - 1},$

в) $\frac{x^2 - y^2 - 10x + 25}{x + y - 5}.$

б) $\frac{144 - a^2b^2}{a^2b^2 + 24ab + 144},$

2. Сократите дробь и найдите ее значение при заданных значениях букв:

$$\text{а) } \frac{ac - bc + ad - bd}{ac + bc + ad + bd}; \quad \begin{matrix} x = -117,9, & y = 234,6, \\ a = -7, & b = -3, \end{matrix}$$

$$\text{б) } \frac{1 - 3x + 3x^2 - x^3}{ax - a + bx - b}; \quad a = -1999, \quad b = 2000, \quad x = 2.$$

3. Сократите дробь: $\frac{x^2 - 9x + 8}{x^3 - 2x^2 - 4x + 5}$.

Вариант 7

1. Сократите дробь:

$$\text{а) } \frac{144a^2 - 25b^2}{25b^2 - 120ab + 144a^2}, \quad \text{б) } \frac{x^2 - 7x + 12}{x^2 - 6x + 9}.$$

2. Сократите дробь и найдите ее значение при заданных значениях букв:

$$\frac{a + b + a^2 - b^2}{a - b + a^2 - 2ab + b^2}, \quad a = -13,5, \quad b = -11,5.$$

3. Сократите дробь:

$$\text{а) } \frac{a^2 - a - 20}{a^2 - 4a - 5}, \quad \text{б) } \frac{x^3 - 3x^2 + 5x - 6}{x^2 + 5x - 14}.$$

Вариант 8

1. Сократите дробь:

$$\text{а) } \frac{9x^2 + 90xy + 225y^2}{225y^2 - 9x^2}, \quad \text{б) } \frac{x^2 + 6x + 9}{x^2 + 8x + 15}.$$

2. Сократите дробь и найдите ее значение при заданных значениях букв:

$$\frac{v - u + v^2 - u^2}{v + u + v^2 + 2vu + u^2}, \quad v = -25, \quad u = -35.$$

3. Сократите дробь:

$$\text{а) } \frac{b^2 - 8b + 7}{b^2 - 2b - 35}, \quad \text{б) } \frac{x^2 - 7x - 18}{x^3 + 5x^2 + 7x + 2}.$$

15. Сложение и вычитание алгебраических дробей

Вариант 1

1. Выполните указанные действия:

а) $\frac{1}{a} - \frac{1}{2a}$,

в) $\frac{7}{3a - 3b} - \frac{5}{2a - 2b}$.

б) $\frac{b}{18a} + \frac{b}{24a}$,

2. Произведите сложение или вычитание дробей:

а) $\frac{x}{x^2 - 4} - \frac{2}{x + 2}$,

в) $\frac{a + 1}{25 - a^2} - \frac{4}{a + 5} + 2$.

б) $\frac{1}{x^2 - 6x + 9} + \frac{1}{x^2 - 9}$,

3. Решите уравнение: $\frac{x + 3}{3} - \frac{x - 5}{9} = 2$.

Вариант 2

1. Выполните указанные действия:

а) $\frac{2}{b} - \frac{3}{2b}$,

в) $\frac{9}{5x - 5y} - \frac{6}{7x - 7y}$.

б) $\frac{a}{14b} + \frac{a}{21b}$,

2. Произведите сложение или вычитание дробей:

а) $\frac{3}{3 - y} - \frac{y}{y^2 - 9}$,

в) $\frac{b - 1}{16 - b^2} - 3 - \frac{5}{b + 4}$.

б) $\frac{2}{x^2 - 2x + 1} - \frac{3}{x^2 - 1}$,

3. Решите уравнение: $\frac{x + 7}{6} - \frac{x - 4}{3} = 2$.

Вариант 3

1. Выполните указанные действия:

а) $\frac{a}{32b} - \frac{a}{48b}$,

в) $\frac{3}{14x - 14y} - \frac{2}{21x - 21y}$.

б) $\frac{7}{12x} - \frac{2 - 3x}{15x^2}$,

2. Произведите сложение или вычитание дробей:

а) $\frac{5x-7}{x^2-4} - \frac{3x-2}{2-x}$, в) $\frac{c}{c+8} + \frac{1}{c} + \frac{c}{8}$.

б) $\frac{2b-1}{81-b^2} - \frac{3b-2}{b^2+18b+81}$,

3. Решите уравнение: $\frac{2x+1}{5} + \frac{3x+1}{7} = 2$.

Вариант 4

1. Выполните указанные действия:

а) $\frac{b}{34a} - \frac{b}{51a}$, в) $\frac{5}{12a-12b} - \frac{3}{16a-16b}$.

б) $\frac{3}{14y} - \frac{7y-2}{21y^2}$,

2. Произведите сложение или вычитание дробей:

а) $\frac{2-3y}{y^2-9} - \frac{5-2y}{3-y}$, в) $\frac{y}{y+3} + \frac{y}{3} + \frac{2}{y}$.

б) $\frac{5-3x}{64-x^2} - \frac{2-x}{x^2-16x+64}$,

3. Решите уравнение: $\frac{8x-3}{7} - \frac{3x+1}{10} = 2$.

Вариант 5

1. Выполните указанные действия:

а) $\frac{b^2+1}{a(b-1)} - \frac{2}{a(b-1)}$, в) $\frac{4}{x^2-25} - \frac{2}{x+5} - \frac{x+2}{5-x}$.

б) $\frac{x^3-1}{9x^3} - \frac{x^2-4}{12x^2} - 2$,

2. Произведите сложение или вычитание дробей:

а) $\frac{a^2}{a^2-x^2} - \frac{a+x}{a-x} - \frac{x^2}{x^2-a^2}$,

б) $\frac{2}{a^2-4a+3} - \frac{1}{a^2-5a+4}$.

3. Решите уравнение: $\frac{x^2-5x+4}{x-1} + \frac{x^2+4x+3}{x+1} = 1$.

Вариант 6

1. Выполните указанные действия:

а) $\frac{x^2}{y(x-2)} - \frac{4}{y(x-2)},$

б) $\frac{2a^3+1}{25a^3} - \frac{2-3a}{15a^2} + 3,$

в) $\frac{3}{y+2} + \frac{5}{y-2} + \frac{2y-5}{4-y^2}.$

2. Произведите сложение или вычитание дробей:

а) $\frac{y}{y-x} + \frac{2y^2}{x^2-y^2} + \frac{y}{y+x},$

б) $\frac{1}{b^2-6b+5} - \frac{2}{b^2-3b+2}.$

3. Решите уравнение:

$$\frac{x^2+5x+4}{x+1} + \frac{x^2-4x+2}{x-1} = -1.$$

Вариант 7

1. Выполните указанные действия:

а) $\frac{a-3}{4a^2} + \frac{3}{2a},$

б) $\frac{8x}{ax+ay} + \frac{3a}{x^2+xy},$

в) $\frac{4-a}{25-10a+a^2} - \frac{3}{25+10a+a^2} - \frac{a+4}{25-a^2}.$

2. Произведите сложение или вычитание дробей:

$$\frac{u+4}{u^2-5u+6} + \frac{u+3}{-8+6u-u^2}.$$

3. Решите уравнение:

$$\frac{x^3+x^2+3x-5}{x-1} - \frac{x^3-x^2-14x+8}{x-4} = 1.$$

Вариант 8

1. Выполните указанные действия:

а) $\frac{b+8}{6b^2} + \frac{2}{3b},$

б) $\frac{4a}{b^2 - bc} - \frac{5b}{ab - ac},$

в) $\frac{3b+2}{b^2 - 2b + 1} - \frac{6}{b^2 - 1} - \frac{3b-2}{b^2 + 2b + 1}.$

2. Произведите сложение или вычитание дробей:

$$\frac{v+5}{-12+7v-v^2} + \frac{v+3}{v^2-9v+20}.$$

3. Решите уравнение:

$$\frac{x^3 + 3x^2 + 7x + 5}{x+1} - \frac{x^3 - 2x^2 - x - 6}{x-3} = 1.$$

16. Умножение и деление алгебраических дробей**Вариант 1**

1. Выполните умножение или деление:

а) $\frac{5x}{7y} \cdot \frac{14y}{15x},$

в) $\frac{a^2 - ab}{b^2 + ab} : \frac{3a - 3b}{6(a+b)}.$

б) $\frac{17a}{9b} : \frac{34a}{27},$

2. Выполните указанные действия:

а) $\frac{a}{3b} \cdot \frac{b}{a^2} \cdot \frac{2a}{b^2},$

в) $\frac{25 - x^2}{24xy} \cdot \frac{48y^3}{x^2 - 10x + 25}.$

б) $\frac{a^2 - 2ab + b^2}{18} : \frac{a^2 - b^2}{24},$

3. Упростите: $\frac{x + \frac{1}{y}}{x - \frac{1}{y}}.$

Вариант 2

1. Выполните умножение или деление:

а) $\frac{12}{5x} \cdot \frac{15x}{8},$

в) $\frac{(x-y)^2}{x^2+xy} \cdot \frac{yx+y^2}{4x-4y}.$

б) $\frac{11a}{12b} : \frac{22a}{9b},$

2. Выполните указанные действия:

а) $\frac{xy}{4} \cdot \frac{x}{2y^2} \cdot \frac{12y}{x^2},$

в) $\frac{x^2+2xy+y^2}{9b^3} \cdot \frac{3b}{x^2-y^2}.$

б) $\frac{34}{x^2-4x+4} : \frac{17}{x^2-4},$

3. Упростите: $\frac{3-\frac{a}{b}}{5+\frac{a}{b}}.$

Вариант 3

1. Выполните умножение или деление:

а) $\frac{2x}{3y} \cdot \frac{18y^2}{x^2} \cdot \frac{5x}{36y},$

б) $\frac{x^2-4y^2}{2xy} : \frac{x^2-4xy+4y^2}{4y},$

в) $2u^4v : \frac{4u^4v^2}{a^2}.$

2. Выполните указанные действия:

а) $\frac{a^2}{3b} \cdot \left(\frac{b^2}{3a} : \frac{b}{5a} \right),$

б) $\frac{u-v}{3u} \cdot \frac{u^3v}{u^2-uv},$

в) $\frac{x^2-9y^2}{a^2+8ab+16b^2} \cdot \frac{a^2-16b^2}{3y-x}.$

3. Упростите: $\frac{2x-\frac{3}{x^2}}{\frac{3}{x}+4x}.$

Вариант 4

1. Выполните умножение или деление:

а) $\frac{3a}{25b^2} \cdot \frac{5ab}{27} \cdot \frac{45b}{a}$, в) $\frac{3xy^4}{ab^2} : (6xy^3)$.

б) $\frac{x^2 - y^2}{5x^2} : \frac{x^2 - 2xy + y^2}{25x}$,

2. Выполните указанные действия:

а) $\frac{x}{3y^2} : \left(\frac{y}{2x} \cdot \frac{x^2}{y^2} \right)$,

б) $\frac{36u^5}{a^2b + b^3} \cdot \frac{a^2 + b^2}{9u^5}$,

в) $\frac{u^2 - 4v^2}{x^2 + 10xy + 25y^2} \cdot \frac{x^2 - 25y^2}{2v - u}$.

3. Упростите: $\frac{\frac{5}{y} - 3y^2}{3y - \frac{2}{y^2}}$.

Вариант 5

1. Выполните умножение или деление:

а) $\frac{a^2b^3}{16c^4} : \frac{a^4b^2}{80c^5}$,

б) $\frac{4a^2}{2a - b} : \frac{12a^3}{4a^2 - b^2} : \frac{2a^2}{6a^2 - 3ab}$.

2. Выполните указанные действия:

а) $\frac{3x - 9x^2}{x^2 + 9 + 6x} : \frac{1 - 9x^2}{x^2 - 9}$, б) $\frac{c^2 + 3c + 2}{c^2 + 7c + 12} : \frac{c^2 - 1}{c^2 - 9}$.

3. Упростите:

а) $\frac{\frac{1}{x+y} + \frac{1}{x-y}}{\frac{1}{x+y} - \frac{1}{x-y}}$,

б) $\frac{2ab - 3b - 10a + 15}{2ab - 8b} \cdot \frac{a^2 - 16}{b^2 - 25}$.

Вариант 6

1. Выполните умножение или деление:

$$\text{а) } \frac{a^5 x^4}{18c^9} : \frac{a^4 x^6}{54c^8}, \quad \text{б) } \frac{a^3 b^3}{a^3 - a^2 b} \cdot \frac{a^2 - b^2}{6ab^3} : \frac{3a + 3b}{ab}.$$

2. Выполните указанные действия:

$$\text{а) } \frac{8y + y^2 + 16}{15y^2 + 3y} : \frac{16 - y^2}{25y^2 - 1},$$

$$\text{б) } \frac{d^2 + 5d + 4}{d^2 + 5d + 6} : \frac{d^2 - 16}{d^2 - 4}.$$

3. Упростите:

$$\text{а) } \frac{\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1}}{\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x-1}}, \quad \text{б) } \frac{3xy + 6y - 5x - 10}{7xy - 14y} \cdot \frac{x^2 - 4}{9y^2 - 25}.$$

Вариант 7

1. Выполните умножение или деление:

$$\text{а) } \frac{32a^8 b^5}{45c^{10}} \cdot \frac{55a^2 c^6}{24b^4} \cdot \frac{27c^4}{22a^9 b},$$

$$\text{б) } \frac{x^2 - x}{2x + 2} \cdot \frac{x^2 + 2x + 1}{x^2 + 4x} : \frac{3x - 3}{x^2 - 16}.$$

2. Выполните указанные действия:

$$\text{а) } \frac{u^2 + 10u + 24}{u^2 + 8u + 15} : \frac{u^2 - 16}{u^2 - 25},$$

$$\text{б) } \frac{35ab - 5b + 14a - 2}{3a + 6 - ab - 2b} : \frac{1 - 49a^2}{b^2 - 9}.$$

3. Упростите:

$$\text{а) } \frac{\frac{2}{x} - \frac{x-2}{x^2-x}}{\frac{x}{3} + \frac{x+3}{x^2-x}},$$

$$\text{б) } \frac{x^3 + (3-a)x^2 + (2-3a)x - 2a}{x^2 + 9x + 8} \cdot \frac{64 - x^2}{x^2 + (2-a)x - 2a}.$$

Вариант 8

1. Выполните умножение или деление:

а) $\frac{51a^6x^9}{56y^{11}} \cdot \frac{40xy^8}{9a^5} \cdot \frac{21y^3}{85ax^{10}},$

б) $\frac{v^2 + 4v + 4}{2v + 2} \cdot \frac{v^2 + v}{v^2 - 6v + 9} : \frac{v^2 + 2v}{6v - 18}.$

2. Выполните указанные действия:

а) $\frac{v^2 - 11v + 30}{v^2 - 9v + 20} : \frac{v^2 - 36}{v^2 - 16},$ б) $\frac{6xy - 5y + 6x - 5}{5y - 5xy + 2 - 2x} : \frac{y^2 - 1}{x^2 - 1}.$

3. Упростите:

а) $\frac{\frac{1}{x-1} + \frac{4-x}{x^2-x}}{\frac{2}{x-1} - \frac{x+2}{x^2-x}},$

б) $\frac{x^2 + 6x - 7}{x^3 + (a-3)x^2 + (2-3a)x + 2a} \cdot \frac{x^2 + (a-2) \cdot x - 2a}{49 - x^2}.$

**17. Совместные действия
над алгебраическими дробями****Вариант 1**

1. Упростите выражения:

а) $\left(\frac{a}{b} - \frac{b}{a}\right) \cdot \frac{3ab}{a+b},$ б) $\left(\frac{3a+7b}{5a} + \frac{8a-3b}{5b}\right) \cdot \frac{10ab}{7b^2+8a^2}.$

2. Выполните действия:

а) $\left(\frac{a-y}{a-b} - \frac{b-y}{a+b}\right) : \frac{1}{a^2-b^2},$

б) $\left(\frac{x}{2-4x} - \frac{5x}{4x+2}\right) : \frac{9x^2-3x}{1-4x+4x^2}.$

3. Решите уравнение: $\frac{(2x-1)^2}{6} + \frac{(x-1)(x-2)}{3} = x^2.$

Вариант 2

1. Упростите выражения:

а) $\left(\frac{x}{y} - \frac{y}{x}\right) \cdot \frac{5xy}{x-y}$, б) $\left(\frac{7a-3b}{2a} + \frac{2a-7b}{2b}\right) \cdot \frac{4ab}{2a^2-3b^2}$.

2. Выполните действия:

а) $\left(\frac{a-2}{a+2} - \frac{a+2}{a-2}\right) : \frac{1}{a^2-4}$,

б) $\left(\frac{y}{2+3y} - \frac{5y}{3y-2}\right) : \frac{4y^3+4y^2}{9y^2-12y+4}$.

3. Решите уравнение: $\frac{(2x+1)^2}{6} + \frac{(x+1)(x+2)}{3} = x^2$.**Вариант 3**

1. Упростите выражения:

а) $\left(\frac{x}{9z} - \frac{z}{x}\right) : \frac{x-3z}{18xz}$,

б) $\left(\frac{x^2}{5-x} + \frac{x^2}{5+x}\right) \cdot \frac{x^2-10x+25}{10x^2}$.

2. Выполните действия:

а) $\left(\frac{x}{x-1} + 1\right) : \left(1 - \frac{3x^2}{1-x}\right)$,

б) $\left(\frac{1}{xy+y^2} - \frac{6}{x^2+xy} + \frac{9y}{x^3+x^2y}\right) : \left(\frac{x}{y^2} - \frac{6}{y} + \frac{9}{x}\right)$.

3. Решите уравнение:

$$\frac{(x-3)(x-4)}{15} - \frac{(1-3x)^2}{10} = \frac{5(1-x^2)}{6}.$$

Вариант 4

1. Упростите выражения:

а) $\left(\frac{a}{4b} - \frac{b}{a}\right) : \frac{a+2b}{12ab}$,

б) $\frac{4x^2+4xy+y^2}{8x^2} \cdot \left(\frac{2x}{y-2x} - \frac{2x}{y+2x}\right)$.

2. Выполните действия:

а) $\left(\frac{y}{y-2} + 1\right) : \left(y + \frac{y^2}{2-y}\right),$

б) $\left(\frac{a}{a-3} + \frac{10}{a-3} + \frac{25}{a^2-3a}\right) : \left(\frac{5}{a^2} + \frac{2}{a} + \frac{1}{5}\right).$

3. Решите уравнение:

$$\frac{(x+3)(x+4)}{15} - \frac{5(1-x^2)}{6} = \frac{(1+3x)^2}{10}.$$

Вариант 5

1. Упростите выражения:

а) $\left(\frac{a+x}{x} - \frac{2x}{x-a}\right) \cdot \frac{x-a}{a^2+x^2},$

б) $\left(\frac{x-2}{3x+6} + \frac{1}{x^2-4} + \frac{x-6}{6-3x}\right) \cdot \frac{9x^2-36}{32}.$

2. Выполните действия:

а) $\left(a - \frac{a^2+9}{a+3}\right) \cdot \left(\frac{1}{3} + \frac{2}{a-3}\right),$

б) $\left(\frac{x(x-3)}{x^3+3x^2+3x+1} + \frac{1}{1+2x+x^2}\right) \times$
 $\times \left(\frac{2}{x-1} + \frac{3-x}{x^2-2x+1}\right).$

3. Решите уравнение:

$$\left(\frac{1-7x}{4}\right)^2 - 2\left(\frac{1-7x}{4}\right) \cdot \left(\frac{2x-17}{4}\right) + \left(\frac{2x-17}{4}\right)^2 = 0.$$

Вариант 6

1. Упростите выражения:

а) $\left(\frac{2y}{y+b} + \frac{b-y}{y}\right) : \frac{b^2+y^2}{b+y},$

б) $\left(\frac{u-v}{2u+2v} + \frac{v^2}{u^2-v^2} + \frac{u-3v}{2v-2u}\right) \cdot \frac{3u^2-3v^2}{2v}.$

2. Выполните действия:

$$а) \left(3 - \frac{9 + 4b^2}{3 + 2b} \right) \cdot \left(\frac{1}{2b} + \frac{2}{3 - 2b} \right),$$

$$б) \left(\frac{a-3}{a+1} + \frac{4}{a^2+2a+1} \right) \cdot \left(\frac{a(a+3)}{1-3a+3a^2-a^3} + \frac{1}{a^2-2a+1} \right).$$

3. Решите уравнение:

$$\left(\frac{19-5x}{5} \right)^2 - 2 \left(\frac{19-5x}{5} \right) \cdot \left(\frac{3x-5}{5} \right) + \left(\frac{3x-5}{5} \right)^2 = 0.$$

Вариант 7

1. Упростите выражения:

$$а) (4a^2 - 1) \cdot \left(\frac{1}{2a-1} - \frac{1}{2a+1} - 1 \right),$$

$$б) \left(\frac{x^2-x}{x^3+1} + \frac{x+1}{x+(x-1)^2} - \frac{1}{x+1} \right) : \frac{4-x^2}{x+1}.$$

2. Выполните действия:

$$а) \frac{a^5}{a^2-6a+9} \cdot \frac{a^2-9}{a^3+3a^2} - \frac{3a^5+81a^2}{a^2} : (a^2-9),$$

$$б) \frac{2x}{x-3a} - \left(\frac{2}{3x} - \frac{2}{x+3a} \cdot \left(\frac{x+3a}{3x} - x - 3a \right) \right) \cdot \frac{x}{x-3a}.$$

3. Решите уравнение:

$$\begin{aligned} \left(\frac{x^2-x+2}{2} \right)^2 - 2 \left(\frac{x^2-x+2}{2} \right) \cdot \left(\frac{x^2-x+18}{3} \right) + \\ + \left(\frac{x^2-x+18}{3} \right)^2 = 0. \end{aligned}$$

Вариант 8

1. Упростите выражения:

$$а) \left(\frac{1}{2b+1} - \frac{1}{3b} - \frac{1}{3} \right) \cdot (6b^2 + 3b),$$

$$б) \frac{9-y^2}{y-2} : \left(\frac{y-2}{(y+2)^2-2y} - \frac{1}{y-2} + \frac{y^2+3y}{y^3-8} \right) \cdot \frac{y}{y+3}.$$

2. Выполните действия:

а) $\frac{a^2}{a^2 + 4a + 4} \cdot \frac{8a^2 - 32}{a^3 - 2a^2} + \frac{a^5 - 8a^2}{a} : (a^2 - 4),$

б) $\frac{1}{x} \left(\frac{y^2 - xy}{x + y} \right)^2 \cdot \left(\frac{x + y}{(x - y)^2} + \frac{x + y}{xy - y^2} \right) + \frac{x}{x + y}.$

3. Решите уравнение:

$$\left(\frac{x^2 + x + 8}{4} \right)^2 - 2 \frac{x^2 + x + 8}{4} \cdot \frac{x^2 + 3x + 7}{5} + \left(\frac{x^2 + 3x + 7}{5} \right)^2 = 0.$$

18. Прямоугольная система координат.

Функции. Функция $y = kx$

Вариант 1

1. На координатной плоскости постройте отрезок AB , если $A(-5; 6)$, $B(1; -2)$. Какие координаты имеет середина M отрезка AB ?
2. $ABCD$ — прямоугольник. $AB = 2$, $BC = 4$, $AO = OD$. Укажите координаты вершин прямоугольника. См. рис. 1.
3. На рис. 2 изображен график функции $y = f(x)$. Используя этот график: а) найдите решения уравнения $f(x) = 0$; б) найдите $f(0)$ и $f(2)$.

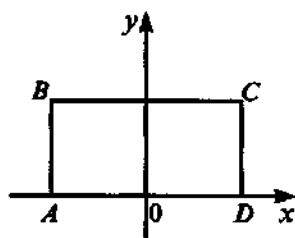


Рис. 1.

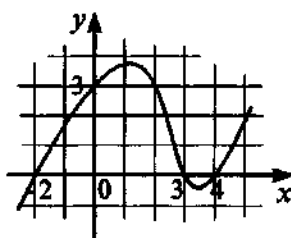


Рис. 2.

4. $f(x) = x^2 - 3x$. Вычислите $f(-2)$ и $f\left(\frac{1}{3}\right)$.
5. Постройте график функции $y = -\frac{3}{2}x$. Лежит ли на этом графике точка $M(-24; 36)$?
6. Прямая CD проходит через начало координат и точку $D(3; 1)$. Графиком какой функции является эта прямая?

Вариант 2

1. На координатной плоскости постройте отрезок CD , где $C(-4; 3)$, $D(2; -1)$. Какие координаты имеет середина P отрезка CD ?
2. $ABCD$ — прямоугольник. $AB = 2$, $BC = 4$, $BO = OC$. Найдите вершины прямоугольника. См. рис. 3.

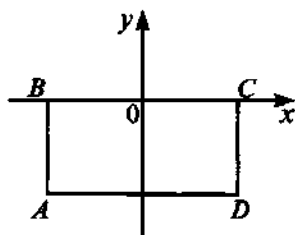


Рис. 3.

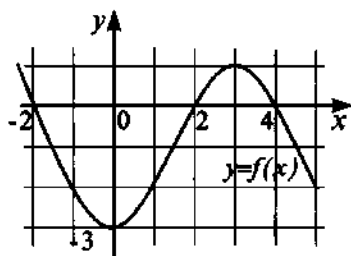


Рис. 4.

3. На рис. 4 изображен график функции $y = f(x)$. Используя этот график, найдите: а) решение уравнения $f(x) = 0$; б) $f(0)$ и $f(1)$.
4. $f(x) = -2x^2 + 3x$. Вычислите $f(-1)$ и $f\left(\frac{1}{3}\right)$.
5. Постройте график функции $y = \frac{4}{3}x$. Лежит ли на этом графике точка $M(-33; 44)$?
6. Прямая AC проходит через начало координат и точку $C(-1; 4)$. Графиком какой функции является эта прямая?

Вариант 3

1. На координатной плоскости постройте отрезок AB , если $A(-2; 3)$ и середина отрезка $M(1; 1)$.
2. В прямоугольную систему координат помещен равносторонний треугольник ABC (см. рис. 5). $AB = 4$. Найдите координаты вершин B и C треугольника ABC .

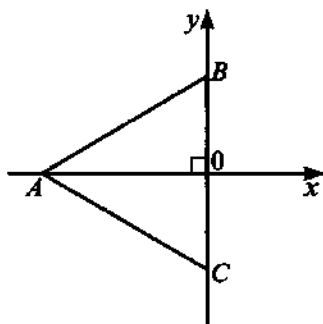


Рис. 5.

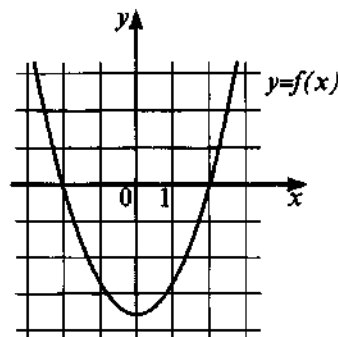


Рис. 6.

3. $f(x) = \frac{x^2 - 4}{a + 2}$. Найдите $f(a)$.
4. На рис. 6 изображен график функции $f(x)$. Используя этот график, решите уравнение $f(x) = 0$ и определите знак чисел $f(-4)$, $f(-0,5)$ и $f(27,3)$.
5. Постройте график функции $y = \frac{2x^2 + 4x}{x + 2}$.

Вариант 4

1. На координатной плоскости постройте отрезок MN , если $N(4; -2)$ и середина отрезка $K(1; 1)$.
2. В прямоугольную систему координат помещен квадрат $ABCD$ (см. рис. 7). $BD = 8$. Найдите координаты вершин квадрата.

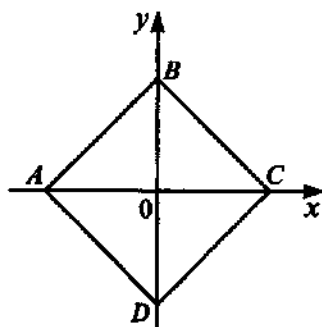


Рис. 7.

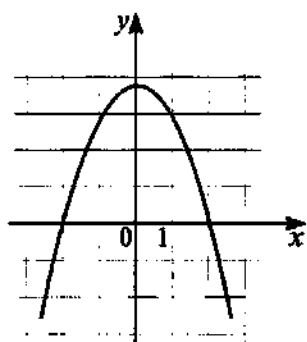


Рис. 8.

3. $f(x) = \frac{x^3 - 27}{a^2 + 3a + 9}$. Найдите $f(a)$.
4. На рис. 8 изображен график функции $f(x)$. Используя этот график, решите уравнение $f(x) = 0$ и определите знак чисел $f(17,6)$, $f\left(\frac{1}{3}\right)$ и $f(4)$.
5. Постройте график функции $y = \frac{6x - 2x^2}{x - 3}$.

Вариант 5

1. В прямоугольную систему координат помещен треугольник ABO (см. рис. 9). $AB = a$, $\angle ABO = 30^\circ$, $\angle POA = 45^\circ$. Найдите точку A и точку A_1 , симметричную точке A относительно оси OX .
2. $f(x) = \left(\frac{1}{x-2} - \frac{1}{x+2}\right) \cdot (x-2)$. Найдите $f\left(-\frac{1}{2}\right)$.

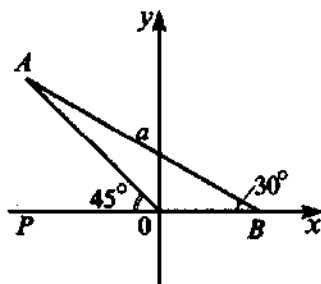


Рис. 9.

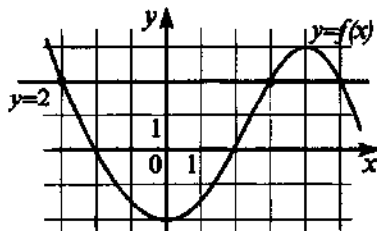


Рис. 10.

- На рис. 10 изображен график функции $f(x)$. Используя этот график, решите уравнение $f(x) = 2$ и сравните с нулем числа $f(-2,5)$, $f(-0,75)$ и $f(3,5)$.
- Постройте график уравнения $(y + 2x)(y - x) = 0$.
- График функции $y = \frac{k}{x}$ ($x > 0$) проходит через точку $(2; 1)$. Постройте график этой функции.

Вариант 6

- В прямоугольную систему координат помещен треугольник ABO (см. рис. 11). $AB = a$, $\angle ABO = 30^\circ$, $\angle POA = 45^\circ$. Найдите координаты точки A и точки A_1 , симметричной точке A относительно оси OY .

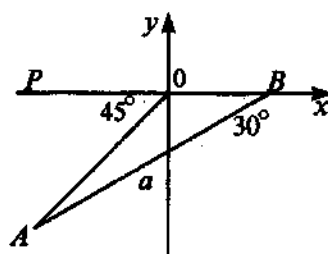


Рис. 11.

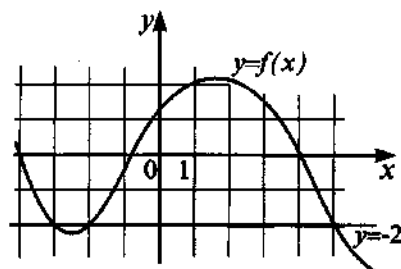


Рис. 12.

- $f(x) = \left(\frac{1}{x+1} + \frac{1}{1-x} \right) \cdot (x+1)$. Найдите $f\left(\frac{2}{3}\right)$.
- На рис. 12 изображен график функции $f(x)$. Используя этот график, решите уравнение $f(x) = -2$ и сравните с нулем числа $f(-3,5)$, $f(2,7)$ и $f(4,5)$.
- Постройте график уравнения $(2y - x)(y + x) = 0$.
- График функции $y = \frac{a}{x}$ ($x > 0$) проходит через точку $(3; 1)$. Постройте график этой функции.

Вариант 7

- В прямоугольную систему координат помещены треугольники AOB и DOE (см. рис. 13). $DE = AB$,

$\angle DOE = \angle AOB$, $B(3; -2)$. Найдите координаты точки D и точки D_1 , симметричной точке D относительно центра O .

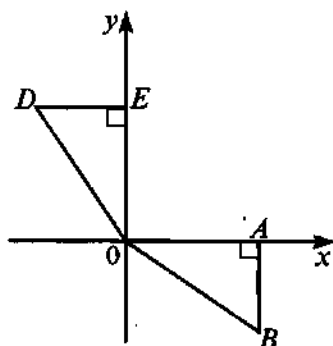


Рис. 13.

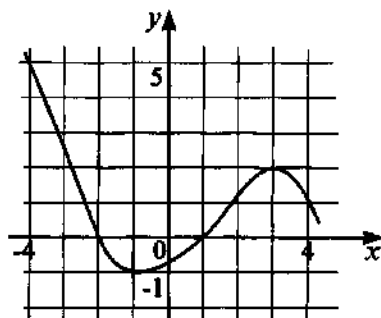


Рис. 14.

2. $f(x) = \frac{x^2 - 2x + 1}{x^3 - x^2 - x + 1}$. Найдите $f\left(-1\frac{2}{3}\right)$.

3. На рис. 14 изображен график функции $f(x)$. Используя этот график, найдите:

а) число решений уравнения $f(x) = a$ в зависимости от a ($x \in [-4; 4]$);

б) наибольшее и наименьшее значения функции на промежутке $[-4; 4]$.

4. Постройте график уравнения $x^2y^2 - 4x^2 - y^2 + 4 = 0$.

5. Напишите уравнение биссектрисы 1-3 координатных углов без начала координат.

Вариант 8

1. В прямоугольную систему координат помещены треугольники AOB и EDO (см. рис. 15). $OD = OA$, $\angle EDO = \angle BAO$, $A(2; 4)$. Найдите координаты точки D и точки D_1 , симметричной точке D относительно оси OY .

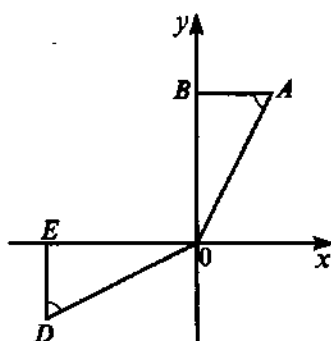


Рис. 15.

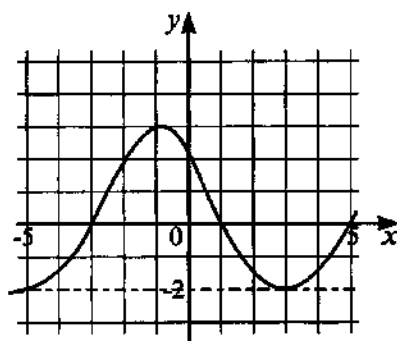


Рис. 16.

2. $f(x) = \frac{x^2 - 4x + 4}{x^3 - 2x^2 - 4x + 8}$. Найдите $f\left(-2\frac{1}{2}\right)$.
3. На рис. 16 изображен график функции $f(x)$. Используя этот график, найдите:
 - а) число решений уравнения $f(x) = m$ в зависимости от m ($x \in [-5; 5]$);
 - б) наибольшее и наименьшее значения функции на промежутке $[-5; 5]$.
4. Постройте график уравнения $x^2y^2 - 4y^2 - x^2 + 4 = 0$.
5. Напишите уравнение биссектрисы 2-4 координатных углов без начала координат.

19. Линейные функции

Вариант 1

1. Постройте график функции $y = \frac{1}{2}x - 4$.
2. По графику $y = \frac{1}{2}x - 4$ найдите значение x , при котором $y = 3$.
3. График функции $y = kx + 5$ проходит через точку $M(-7; 12)$. Найдите k .

4. Найдите координаты точки пересечения прямых, заданных уравнениями $y = 4x$ и $y = -x + 10$.
5. Найдите координаты точек пересечения графика $y = -\frac{1}{2}x + 4$ с осями координат.

Вариант 2

1. Постройте график функции $y = -\frac{1}{2}x + 4$.
2. По графику $y = -\frac{1}{2}x + 4$ найдите значение x , при котором $y = -3$.
3. График функции $y = kx + 3$ проходит через точку $N (-8; 19)$. Найдите k .
4. Найдите координаты точки пересечения прямых, заданных уравнениями $y = -4x$ и $y = x + 10$.
5. Найдите координаты точек пересечения графика $y = -\frac{5}{6}x - 10$ с осями координат.

Вариант 3

1. Постройте график уравнения $3x + y - 5 = 0$.
2. Постройте график функции $y = kx + 5$, если известно, что он проходит через точку $A (3; 4)$.
3. Постройте график функции $y = kx + b$, если известно, что он проходит через точку $M (2; 1)$ и параллелен прямой $y = 3x - 1$.
4. Постройте график функции $y = \frac{x^2 - 4}{x - 2} + 2$.
5. Найдите угол между прямыми $y = x - 1$ и $y = -x$.

Вариант 4

1. Постройте график уравнения $x - 2y = 8$.
2. Постройте график функции $y = mx - 3$, если известно, что он проходит через точку $B (2; 5)$.

3. Постройте график функции $y = kx + b$, если известно, что он проходит через точку $A(-3; 2)$ и параллелен прямой $y = -4x$.
4. Постройте график функции $y = \frac{x^2 - 9}{x + 3} - 3$.
5. Найдите угол между прямыми $y = x$ и $y = -x + 1$.

Вариант 5

1. Постройте график функции $y = \begin{cases} 1 - x, & \text{при } x < 2, \\ 2x - 5, & \text{при } x \geq 2. \end{cases}$
2. Постройте график функции
$$y = (x^2 - 1) \cdot \left(\frac{1}{x - 1} - \frac{1}{x + 1} \right) + x.$$
3. В какой точке пересекаются прямые $y = 2x - 2$ и $y = 10 - 2x$?
4. Постройте график уравнения $(y - 2x - 1)(x^2 - 1) = 0$.
5. Постройте график функции $y = kx + b$, если он перпендикулярен прямой $y = x$ и проходит через точку $A(-2; 3)$.

Вариант 6

1. Постройте график функции $y = \begin{cases} x - 2, & \text{при } x \geq 2, \\ 4 - 2x, & \text{при } x < 2. \end{cases}$
2. Постройте график функции
$$y = (x^2 - 4) \cdot \left(\frac{1}{x - 2} + \frac{1}{x + 2} \right) - 1.$$
3. В какой точке пересекаются прямые $y = 1 - 2x$ и $y = x - 5$?
4. Постройте график уравнения $(2y - x + 1)(y^2 - 1) = 0$.
5. Постройте график функции $y = kx + b$, если он перпендикулярен прямой $y = -x$ и проходит через точку $M(-1; 2)$.

Вариант 7

1. Постройте график функции $y = |x - 2| + 1$.

2. Постройте график функции

$$y = \frac{(3x - 1)(3x - 9)}{2(x^2 - 9)} - \frac{2x - 9}{x + 3} + x.$$

3. В какой точке пересекаются прямые $y + x = 7$ и $2x + 2y = 10$?

4. Постройте график функции $y = kx + b$, если он перпендикулярен прямой $y = x - 20$ и проходит через точку $P(1; 3)$.

5. Постройте график уравнения

$$\frac{yx - x^2 - y + 1}{x - 1} = 0.$$

Вариант 8

1. Постройте график функции $y = |x + 2| - 1$.

2. Постройте график функции

$$y = \frac{(5x + 3)(x - 1)}{2(x^2 - 1)} - \frac{6x + 3}{3x + 3}.$$

3. В какой точке пересекаются прямые $2x + y = 5$ и $4x + 2y = 7$?

4. Постройте график функции $y = kx + b$, если он перпендикулярен прямой $y = -x + 15$ и проходит через точку $K(-2; 4)$.

5. Постройте график уравнения

$$\frac{xy - x^2 + y + 1}{x + 1} = 0.$$

20. Решение линейных систем способом подстановки

Вариант 1

1. Решите систему способом подстановки:

$$\text{а) } \begin{cases} x + 5y = 6 \\ 2x + 3y = 5 \end{cases}$$

$$\text{в) } \begin{cases} 2x + 5y = 11 \\ y = -3 \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} x + y = 18 \\ x - y = 12 \end{cases}$$

$$\text{г) } \begin{cases} 2x + 2y = -2 \\ -10x + 5y = -0,5. \end{cases}$$

2. Решите задачу, составив систему уравнений.

Найдите дробь, которая принимает значение $\frac{3}{4}$, если ее числитель увеличить на 6 единиц, и принимает значение $\frac{1}{2}$, если ее знаменатель уменьшить на 2 единицы.

Вариант 2

1. Решите систему способом подстановки:

$$\text{а) } \begin{cases} x - y = 7 \\ x + y = 11 \end{cases}$$

$$\text{в) } \begin{cases} x = -8 \\ 4x - 8y = -27 \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 2x + y = 3 \\ 3x + 5y = 8 \end{cases}$$

$$\text{г) } \begin{cases} 7x + 7y = -7 \\ 10x + 2y = -5,2. \end{cases}$$

2. Решите задачу, составив систему уравнений.

Если числитель дроби увеличить на $\frac{1}{2}$ или 2, то дробь принимает значение $\frac{1}{2}$ или 1 соответственно. Найдите эту дробь.

Вариант 3

1. Решите систему способом подстановки:

$$\text{а) } \begin{cases} x + 7y = -6 \\ 2x - 5y = 7 \end{cases}$$

$$\text{в) } \begin{cases} x - 2y = -7 \\ 4x + 5y = 11 \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 2x - 5y = 9 \\ x + 4y = -2 \end{cases}$$

$$\text{г) } \begin{cases} 3x + 2y = 2 \\ \frac{1}{2}x - 3y = -\frac{1}{2}. \end{cases}$$

2. Решите задачу, составив систему уравнений.

Даны два числа. Если удвоенное первое сложить со вторым числом, то получится 17. Если же удвоенное второе сложить с первым, то получится 19. Найдите эти два числа.

Вариант 4

1. Решите систему способом подстановки:

а)
$$\begin{cases} 3x + 4y = 1 \\ 5x - y = -6 \end{cases}$$

в)
$$\begin{cases} 3x - y = -1 \\ -2x + 3y = -11 \end{cases}$$

б)
$$\begin{cases} x + 2y = -1 \\ 3x - 4y = 17 \end{cases}$$

г)
$$\begin{cases} 2x + y = 4 \\ x - \frac{1}{3}y = -3. \end{cases}$$

2. Решите задачу, составив систему уравнений.

На 960 руб. можно купить 4 мяча и 6 комплектов формы. Каковы цены мяча и одного комплекта, если на те же 960 руб. можно купить 2 мяча и 7 комплектов формы?

Вариант 5

1. Решите систему способом подстановки:

а)
$$\begin{cases} 12x - 5y = 7 \\ 11x + 3y = 14 \end{cases}$$

в)
$$\begin{cases} (2x + y - 1)(x + 3y + 2) = 0 \\ x + y = 3 \end{cases}$$

б)
$$\begin{cases} 6x - 9y = -11 \\ 9x + 3y = 11 \end{cases}$$

г)
$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 3 \\ \frac{2}{x} + \frac{3}{y} = 7. \end{cases}$$

2. Решите задачу, составив систему уравнений.

Имеется двузначное число; утроенная сумма цифр которого дает исходное число. Если же к нему прибавить 45, то получится двузначное число, такое, что при перестановке цифр этого числа имеем исходное число. Найдите данное число.

Вариант 6

1. Решите систему способом подстановки:

$$\text{а) } \begin{cases} 7x + 12y = -5 \\ 4x - 9y = 13 \end{cases} \quad \text{в) } \begin{cases} (2x - y - 3)(x + 4y + 5) = 0 \\ x - y = 5 \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 14x + 7y = -4 \\ 49x - 7y = 22 \end{cases} \quad \text{г) } \begin{cases} \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = 3 \\ \frac{2}{x} - \frac{3}{y} = 7. \end{cases}$$

2. Решите задачу, составив систему уравнений.

Рабочему и ученику нужно было изготовить 69 деталей. После того, как ученик проработал 3 ч, к выполнению задания подключился рабочий, и они вместе закончили работу за 2 ч. Каковы производительности труда рабочего и ученика, если рабочий за 3 ч делает столько же, сколько ученик за 4 ч?

Вариант 7

1. Решите систему способом подстановки:

$$\text{а) } \begin{cases} 3x + 10y = 7 \\ 5x - 2y = -7 \end{cases} \quad \text{в) } \begin{cases} (x + 2y + 3)(x - y - 1) = 0 \\ (x + 2y + 2)(x + 3y + 1) = 0 \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} \frac{7}{2}x - \frac{8}{3}y = \frac{5}{6} \\ \frac{2}{3}x + \frac{5}{2}y = \frac{19}{6} \end{cases} \quad \text{г) } \begin{cases} x + y + z = 6 \\ 2x - y + 3z = 7 \\ 3x + 2y - 9z = 4. \end{cases}$$

2. Решите систему с параметром $\begin{cases} ax + y = a^2 \\ x + ay = a^2 + a - 1. \end{cases}$

Вариант 8

1. Решите систему способом подстановки:

$$\text{а) } \begin{cases} 5x + 2y = 8 \\ 2x + 7y = -3 \end{cases} \quad \text{в) } \begin{cases} (x + 2y + 3)(x - y - 1) = 0 \\ (x + 2y + 2)(y - 3) = 0 \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 1,3x + 1,5y = 2,8 \\ 1,7x - 1,3y = 0,4 \end{cases} \quad \text{г) } \begin{cases} x + 2y + 3z = 7 \\ 2x - y - 4z = -1 \\ -x + 3y + z = 2. \end{cases}$$

2. Решите систему с параметром $\begin{cases} x + 3y = 3a + 1 \\ ax + y = 2a. \end{cases}$

21. Решение линейных систем способом сложения и графически

Вариант 1

1. Решите систему способом сложения:

$$\begin{array}{ll} \text{а) } \begin{cases} 2x + 3y = 13 \\ 4x - y = 5 \end{cases} & \text{в) } \begin{cases} \frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 2 \\ 2x - 3y = -5. \end{cases} \\ \text{б) } \begin{cases} 3x - 2y = 7 \\ -4x + 3y = -7 \end{cases} & \end{array}$$

2. Решите систему графически:

$$\begin{array}{ll} \text{а) } \begin{cases} y + x = 4 \\ y - x = 2 \end{cases} & \text{б) } \begin{cases} 4x + y = 3 \\ x + 4y = -3. \end{cases} \end{array}$$

Вариант 2

1. Решите систему способом сложения:

$$\begin{array}{ll} \text{а) } \begin{cases} 4x - 3y = 6 \\ 5x + 6y = 27 \end{cases} & \text{в) } \begin{cases} \frac{x}{4} + \frac{y}{3} = 2 \\ 2x - 5y = -7. \end{cases} \\ \text{б) } \begin{cases} 4x - 3y = 14 \\ 2x + 5y = -6 \end{cases} & \end{array}$$

2. Решите систему графически:

$$\begin{array}{ll} \text{а) } \begin{cases} y - x = 7 \\ y + x = 5 \end{cases} & \text{б) } \begin{cases} 5x + 2y = -3 \\ 2x + 5y = 3. \end{cases} \end{array}$$

Вариант 3

1. Решите систему способом сложения:

$$\begin{array}{ll} \text{а) } \begin{cases} 2x + 3y = 1 \\ 3x - y = 7 \end{cases} & \text{в) } \begin{cases} 3x - 5y = -18 \\ -2x + 7y = 34. \end{cases} \\ \text{б) } \begin{cases} \frac{1}{3}x + \frac{1}{2}y = 8 \\ 2x + 3y = 40 \end{cases} & \end{array}$$

2. Решите систему графически:

а)
$$\begin{cases} 3x + 5y = 4 \\ 2x - y = 7 \end{cases}$$

б)
$$\begin{cases} x + 2y = 8 \\ \frac{x}{4} + \frac{y}{2} = 2. \end{cases}$$

Вариант 4

1. Решите систему способом сложения:

а)
$$\begin{cases} 2x - 3y = 1 \\ 3x + y = 7 \end{cases}$$

в)
$$\begin{cases} -4x + 3y = 3 \\ 9x - 5y = 9. \end{cases}$$

б)
$$\begin{cases} 5x - 2y = 10 \\ -0,5x + 0,2y = -1 \end{cases}$$

2. Решите систему графически:

а)
$$\begin{cases} 2x - y = 0 \\ 3x + 2y = 14 \end{cases}$$

б)
$$\begin{cases} 3x - 6y = 5 \\ \frac{x}{6} - \frac{y}{3} = 1. \end{cases}$$

Вариант 5

1. Решите графически
$$\begin{cases} 3x + y = 6 \\ 2y + x = 7. \end{cases}$$

2. Определите a и b , если график функции $y = ax + b$ проходит через точки $A(2; 6)$ и $B(1; -1)$.

3. Решите систему способом сложения:

а)
$$\begin{cases} -4x - 2y = 5 \\ 5x + 4y = 2 \end{cases}$$

в)
$$\begin{cases} \frac{1}{x+y} + \frac{1}{x-y} = \frac{5}{8} \\ \frac{1}{x-y} - \frac{1}{x+y} = \frac{3}{8}. \end{cases}$$

б)
$$\begin{cases} 5(x + 2y) = x + 8 \\ 4(x - 3y) = 50 - y \end{cases}$$

Вариант 6

1. Решите графически
$$\begin{cases} 2x - y = 3 \\ y + x = 3. \end{cases}$$

2. Определите a и b , если график функции $y = ax + b$ проходит через точки $C(1; 1)$ и $D(-2; -5)$.

3. Решите систему способом сложения:

$$\begin{array}{ll} \text{а) } \begin{cases} 3x - 2y = 9 \\ 5x + y = 15 \end{cases} & \text{в) } \begin{cases} \frac{2}{x} + \frac{5}{y} = 30 \\ \frac{3}{x} + \frac{4}{y} = 31. \end{cases} \\ \text{б) } \begin{cases} 5(x - 3y) = 2x + 27 \\ 3(x - 6y) = 9y + 15 \end{cases} & \end{array}$$

Вариант 7

1. Решите графически $\begin{cases} -x + 2y = 5 \\ y - 2x = 4. \end{cases}$
2. Определите a и b , если график функции $y = ax + b$ проходит через точки $C(-1; 2)$ и $D(3; 6)$.
3. Решите систему способом сложения:

$$\begin{array}{ll} \text{а) } \begin{cases} 4x + 5y = 3 \\ 5x - 2,5y = 2 \end{cases} & \text{в) } \begin{cases} \frac{16}{2x+y} + \frac{15}{x-y} = 7 \\ \frac{12}{2x+y} + \frac{25}{x-y} = 8. \end{cases} \\ \text{б) } \begin{cases} \frac{3x-7}{4} = \frac{2y-3}{5} + 1 \\ \frac{2x-y}{2} - 1 = y - 2 \end{cases} & \end{array}$$

Вариант 8

1. Решите графически $\begin{cases} 2x + y = 3 \\ y + x = 1. \end{cases}$
2. Определите a и b , если график функции $y = ax + b$ проходит через точки $M(-3; 2)$ и $N(2; 7)$.
3. Решите систему способом сложения:

$$\begin{array}{ll} \text{а) } \begin{cases} -x - 2y = 2 \\ 5x + 4y = 2 \end{cases} & \text{в) } \begin{cases} \frac{5}{4x+3y} + \frac{1}{4x-3y} = 2 \\ \frac{15}{4x+3y} - \frac{11}{4x-3y} = -8. \end{cases} \\ \text{б) } \begin{cases} \frac{5y-x}{3} - 2 = \frac{2y-x}{2} + 9 \\ \frac{3y-x}{5} = y - 8 \end{cases} & \end{array}$$

22. Решение задач с помощью систем уравнений

Вариант 1

1. Скорость теплохода по течению реки $45,2$ км/ч, а против течения $-36,2$ км/ч. Найдите скорость течения реки.
2. Из A в B ($AB = 18$ км) вышел турист. Через $1,5$ ч из B ему навстречу вышел другой турист, и они встретились через 1 ч 20 мин. Если бы они вышли одновременно, то встретились бы через 2 ч. Какова скорость каждого туриста?

Вариант 2

1. Сумма двух чисел равна 98 , а разность $42,4$. Найдите эти числа.
2. Автомобиль за $3,5$ ч проехал на 10 км больше, чем мотоциклист за $2,5$ ч. Скорость мотоциклиста на 20 км/ч больше скорости автомобиля. Найдите скорость автомобиля и скорость мотоциклиста.

Вариант 3

1. Периметр прямоугольника равен 56 см. Найдите его стороны, если известно, что длина прямоугольника на $14,2$ см больше ширины.
2. Магазин закупил конфеты двух сортов в упаковках по 240 г и 250 г, причем конфет первого вида было куплено на 600 г больше. Сколько купили конфет каждого вида, если упаковок с конфетами первого сорта было на 20 больше?

Вариант 4

1. Найдите двузначное число, сумма цифр которого равна 15 , а разность цифр равна 3 .

2. Если половину заказа выполнит мастер, а оставшуюся часть закончит ученик, то вся работа будет сделана за 10 ч. Если мастер выполнит $\frac{3}{4}$ работы, а оставшуюся часть выполнит ученик, то все будет сделано за 9 ч. За какое время мог бы выполнить работу каждый из них, работая один?

Контрольные работы

1. Алгебраические выражения

Вариант 1

1. Раскройте скобки и упростите $2a - (3a + b) + (4a - 2b)$.
2. Вычислите $\frac{x^4 + 1}{1 - 3x^3 + x^4}$ при $x = -2$.
3. Решите уравнение $2x - (5 - 3x) = -15$.
4. Запишите три последовательных числа, кратных 5, если меньшее из них равно $5k - 5$.
5. Смешали два сорта конфет: m кг по a руб. за 1 кг и n кг по b руб. за 1 кг. Сколько стоит 1 кг смеси? Составьте выражение для решения задачи и найдите его числовое значение при $a = 19$; $b = 14$; $n = 2,8$; $m = 2,2$.

Вариант 2

1. Раскройте скобки и упростите $3x + (2x - 3y) - (4x + 2y)$.
2. Вычислите $\frac{a^2 + 9}{a^4 - 6a^3 + 9}$ при $a = -2$.

3. Решите уравнение $3x - (2 - 3x) = -8$.
4. Запишите три последовательных числа, кратных 3, большее из которых равно $3k + 3$.
5. Из двух городов одновременно вышли навстречу друг другу два теплохода: один со скоростью a км/ч, другой — b км/ч. Через t ч теплоходы встретились. За какое время пройдет весь путь между теми же городами катер, идущий со скоростью v км/ч? Составьте выражение для решения задачи и найдите его числовое значение при $a = 16,6$; $b = 17,4$; $t = 9$; $v = 20$.

Вариант 3

1. Раскройте скобки и упростите $2m - (5m - n) + (4n - 2m)$.
2. Вычислите $\frac{a^3 + 4a + 4}{a^2 - 4}$ при $a = -4$.
3. Решите уравнение $5x - (2x + 4) = -13$.
4. Запишите три последовательных числа, кратных 4, если меньшее из них равно $4k$.
5. Одна машинистка может перепечатать a страниц за m ч, а другая b страниц за n ч. Сколько страниц перепечатают обе машинистки, работая вместе t ч? Составьте выражение для решения задачи и найдите его числовое значение при $a = 36$; $b = 27$; $m = 9$; $n = 6$; $t = 6$.

Вариант 4

1. Раскройте скобки и упростите $4a + (2b - 3a) - (5b + 2a)$.
2. Вычислите $\frac{a^3 - 1}{a^4 + a^3 + 1}$ при $a = -3$.
3. Решите уравнение $4x - (6 - x) = -16$.
4. Запишите три последовательных числа, кратных 4, если большее из них равно $4k$.
5. Расстояние между пристанями s км. Сколько времени нужно теплоходу, чтобы пройти по реке туда

и обратно, если скорость теплохода в стоячей воде a км/ч, а скорость течения реки m км/ч? Составьте выражение для решения задачи и найдите его числовое значение при $s = 49,5$; $a = 25$; $m = 2,5$.

2. Уравнения с одним неизвестным

Вариант 1

1. На путь из A в B пешеход тратит 35 мин. На обратный путь, увеличив скорость на 0,6 км/ч, он затратит всего 30 мин. Найдите расстояние между A и B .
2. В одном хранилище овощей было в 2 раза больше, чем в другом. Если в первое хранилище привезти еще 80 т овощей, а во второе — 145 т, то в обоих хранилищах овощей станет поровну. Сколько тонн овощей было в каждом хранилище первоначально?
3. Решите уравнения:
 - а) $(2x + 3)(4x - 3) - 8x^2 = 2x - 17$,
 - б) $\frac{5x - 1}{4} - \frac{x - 2}{3} = 10 - x$.
4. Решите уравнение $(a^2 - 9)x = a + 3$.

Вариант 2

1. Расстояние между городами A и B машина прошла за 1 ч 15 мин. Обратный путь машина прошла за 1 ч 30 мин. Найдите скорость машины, если известно, что на обратном пути скорость была на 10 км/ч меньше.
2. В одном баке было бензина вдвое больше, чем в другом. Если перелить из первого бака во второй 25 л бензина, в каждом баке будет бензина поровну. Сколько литров бензина было в каждом баке первоначально?

3. Решите уравнения:

а) $(3x - 2)(2x + 3) - 6x^2 = 2(x - 9)$,

б) $\frac{3x - 1}{5} - \frac{5x + 1}{6} = -2$.

4. Решите уравнение $(a - 2)(a - 5)x = a - 5$.

Вариант 3

1. Теплоход прошел расстояние между пунктами A и B по течению за 4 ч 30 мин, а из B в A против течения он прошел за 6 ч 18 мин. Какова скорость теплохода в стоячей воде, если скорость течения реки равна 2,4 км/ч?

2. На одном складе 185 т угля, на другом — 237 т. Первый склад отпускал ежедневно по 15 т угля, а второй по 18 т. Через сколько дней на втором складе будет угля в полтора раза больше, чем на первом?

3. Решите уравнения:

а) $(4x + 1)(2x - 3) - 8x^2 = 17 - 5x$,

б) $\frac{7x - 1}{5} - \frac{3x - 7}{2} = 6 - x$.

4. Решите уравнение $(m - 5)(m + 3)x = m^2 - 25$.

Вариант 4

1. Поезд проходит расстояние от города A до города B за 10 ч 40 мин. Если бы скорость поезда была на 10 км/ч меньше, то он прибыл бы в B на 2 ч 8 мин позже. Найдите расстояние между городами.

2. В одном элеваторе было зерна в 2 раза больше, чем в другом. Из первого элеватора вывезли 750 т зерна, а во второй элеватор привезли 350 т, после чего в обоих элеваторах зерна стало поровну. Сколько тонн зерна было первоначально в каждом элеваторе?

3. Решите уравнения:

а) $(4x + 1)(2x - 4) - 8x^2 = 3(6 - x)$,

б) $\frac{3x - 5}{2} - \frac{2x - 3}{3} = 4 - x$.

4. Решите уравнение $(b + 3)(b - 7) \cdot x = b^2 - 49$.

3. Одночлены и многочлены

Вариант 1

1. Выполните действия:

а) $a^8 : a^4$, б) $(a^3)^4 \cdot a^5$, в) $\left(\frac{x}{y}\right)^5 : (xy)^4$.

2. Приведите к многочлену стандартного вида:

а) $(12 - x^2 + 5x) - (3 + 5x + x^2)$,

б) $(a - 5)(2 - a)$,

в) $(a - 4)(a - 5) - 2a(a - 6)$.

3. Вычислите:

а) $\frac{25^2 \cdot 5^3}{5^7}$, б) $\frac{12^4}{2^5 \cdot 6^3}$.

4. Решите уравнение $(x - 2)(x + 3) - x^2 = 5$.

5. Докажите, что $5^{45} + 5^{44} - 5^{43}$ делится на 29.

6. Решите уравнение $27 \cdot 2^{8x-8} = 16 \cdot 3^{4x-3}$.

Вариант 2

1. Выполните действия:

а) $b^{14} : b^7$, б) $b^4 \cdot (b^4)^5$, в) $(ab)^4 : \left(\frac{a}{b}\right)^5$.

2. Приведите к многочлену стандартного вида:

а) $(3x - 2 + 3x^2) - (12x + 3x^2 - 5)$,

б) $(3 - b)(b + 2)$,

в) $3b(2b + 4) - 2b(2b - 3)$.

3. Вычислите:

а) $\frac{3^6 \cdot 27}{81^2}$, б) $\frac{14^5}{2^6 \cdot 7^4}$.

4. Решите уравнение $2x^2 - (2x - 5)(x - 1) = 9$.
5. Докажите, что $9^{99} + 9^{100} + 9^{101}$ делится на 91.
6. Решите уравнение $9 \cdot 5^{3x-3} = 125 \cdot 3^{4x-6}$.

Вариант 3

1. Выполните действия:

а) $c^9 : c^3$, б) $(c^5)^3 \cdot c^2$, в) $\left(\frac{p}{q}\right)^{12} : (pq)^4$.

2. Приведите к многочлену стандартного вида:

а) $(1 - 2x - 3x^2) - (-x^2 + 2x + 1)$,
б) $(1 - c)(c - 9)$,
в) $3c(c - 2) - (c - 3)(c - 1)$.

3. Вычислите:

а) $\frac{49^4 \cdot 7^5}{7^{12}}$, б) $\frac{6^6}{2^7 \cdot 3^5}$.

4. Решите уравнение $4x(x + 3) - (2x + 5)(2x - 5) = 49$.
5. Докажите, что $2^{35} + 2^{37} - 2^{33}$ делится на 19.
6. Решите уравнение $2 \left(\frac{2}{3}\right)^{3x-6} = \left(\frac{4}{9}\right)^{x+3} \cdot 3$.

Вариант 4

1. Выполните действия:

а) $d^{12} : d^6$, б) $d^3 \cdot (d^5)^3$, в) $(uv)^8 : \left(\frac{u}{v}\right)^7$.

2. Приведите к многочлену стандартного вида:

а) $(4x^2 - 5x + 2) - (2 + 3x - x^2)$,
б) $(d + 2)(7 - d)$,
в) $2d(3d - 4) - 3d(3d - 1)$.

3. Вычислите:

а) $\frac{5^6 \cdot 125}{25^4}$, б) $\frac{3^6 \cdot 2^{16}}{24^5}$.

4. Решите уравнение $(x + 3)(x + 7) - x(x + 8) = 16$.
5. Докажите, что $3^{56} + 3^{57} - 3^{55}$ делится на 11.
6. Решите уравнение $5(2,5)^{2x+1} = 2 \cdot \left(\frac{125}{8}\right)^{x-2}$.

4. Разложение многочлена на множители

Вариант 1

1. Разложите на множители:

а) $4mx^2 - 25m$,

б) $16a^3 + 54b^3$,

в) $4a^4y - 8a^2by + 4b^2y$,

г) $k^3 - 4k^2 + 20k - 125$,

д) $9x^2 + 9ax^2 - y^2 + ay^2 + 6axy$.

2. Найдите числовое значение выражения

$$2a(a^2 + b^2) - a(a - b)^2 + a(b + a)^2 - 2a^3 \text{ при } a = -\frac{3}{2}; b = -0,25.$$

3. Решите уравнение

$$(x + 1)(x^2 - x + 1) - x(x + 3)(x - 3) = 10.$$

4. Вычислите $\frac{0,2^2 - 0,4 \cdot 0,3 + 0,09}{0,45 - 0,5}$.

5. Разложите на множители $m^2 - 3mn + 2n^2$.

Вариант 2

1. Разложите на множители:

а) $18a^2 - 2$,

б) $2ax^3 - 16ay^3$,

в) $8k^4 + 8k^2 + 2$,

г) $9m^2 - 6m - 10p - 25p^2$,

д) $a^3 + 3a^2x + 6ax + 12x - 8$.

2. Найдите числовое значение выражения

$$x(x + y)^2 - y(x - y)^2 + 2y(x^2 + y^2) \text{ при } x = 2,5; y = 0,5.$$

3. Решите уравнение

$$x(5 + x)(x - 5) - (x - 3)(x^2 + 3x + 9) = -23.$$

4. Вычислите $\frac{0,5^2 - 0,5}{0,4^2 + 0,8 \cdot 0,1 + 0,1^2}$.

5. Разложите на множители $a^2 + 4ab + 3b^2$.

Вариант 3

1. Разложите на множители:

а) $8mx^2 - 18my^2$,

б) $24a^3 + 3b^3$,

в) $18x^5 - 12x^3y + 2xy^2$,

г) $27a^3 - 3a^2 + 2a - 8$,

д) $4m^2 - 4m^3 + 12m^2n - 9n^2 - 9mn^2$.

2. Найдите числовое значение выражения

$$3(4x-y)^2 - 2(x-y)(x+y) + 4(x+3y)^2 \text{ при } x = -\frac{1}{5}; y = -1.$$

3. Решите уравнение

$$(x+2)(x^2 - 2x + 4) - x(x+2)(x-2) = 12.$$

4. Вычислите $\frac{0,25 - 1,5^2}{1,8^2 + 0,4 \cdot 1,8 + 0,04}$.

5. Разложите на множители $x^4 + 5x^2 + 9$.

Вариант 4

1. Разложите на множители:

а) $12x^3 - 27xy^2$,

б) $2a^3 - 16b^3$,

в) $m^5 - 8m^3n + 16mn^2$,

г) $9x^2 + 15x + 25y - 25y^2$,

д) $y^3 + y^2x - 3yx + 9x + 27$.

2. Найдите числовое значение выражения

$$(a^2 + a)(a - 1) - (a - 2)(a^2 + 2a + 4) \text{ при } a = 3\frac{3}{4}.$$

3. Решите уравнение

$$-(3x - 1)^2 + 2(5 + x)(x - 5) + 7x^2 = 3.$$

4. Вычислите $\frac{53^2 + 22^2 - 47^2 - 16^2}{65^2 - 2 \cdot 65 \cdot 59 + 59^2}$.

5. Разложите на множители $x^4 + 3x^2 + 4$.

5. Алгебраические дроби

Вариант 1

1. Выполните действия:

$$\text{а) } \frac{y^2}{x^2 - y^2} \cdot \frac{x + y}{y}, \quad \text{в) } \frac{12ac^2}{-b^6} : \frac{(-18a^2c)}{b^4}.$$

$$\text{б) } \frac{a^3}{4a - 4b} : \frac{a^2}{a^2 - b^2},$$

2. Упростите:

$$\text{а) } \left(\frac{c - d}{c^2 + cd} - \frac{c}{d^2 + cd} \right) : \left(\frac{d^2}{c^3 - cd^2} + \frac{1}{c + d} \right),$$

$$\text{б) } \frac{4}{x + 3} + \frac{5}{3 - x} - \frac{4x + 36}{9 - x^2}.$$

3. Сократите дробь:

$$\text{а) } \frac{9x^2 - 6xy + y^2}{15x^2 - 5xy}, \quad \text{б) } \frac{x^2 - 4x + 4}{x^2 + 7x - 18}.$$

4. Решите уравнение

$$\frac{x}{3} - \frac{4 - x}{3} = \frac{x - 1}{5} + \frac{1}{10}.$$

5. Решите задачу.

Пароход отошел от берега на 180 км, когда за ним вылетел самолет, скорость которого в 10 раз больше скорости парохода. На каком расстоянии от берега он догонит пароход?

Вариант 2

1. Выполните действия:

$$\text{а) } \frac{a - b}{x^2} \cdot \frac{x^3}{(a^2 - b^2)}, \quad \text{в) } \frac{-25a}{b^2c^5} : \frac{15a^2}{-b^5c^3}.$$

$$\text{б) } \frac{a}{ab - b} : \frac{a}{a^2 - 1},$$

2. Упростите:

$$\text{а) } \left(\frac{2a - b}{4a^2 + 2ab} - \frac{2a}{b^2 + 2ab} \right) : \left(\frac{b^2}{8a^3 - 2ab^2} + \frac{1}{2a + b} \right),$$

$$\text{б) } \frac{3}{4 - x} - \frac{5x + 4}{16 - x^2} + \frac{2}{x + 4}.$$

3. Сократите дробь:

$$\text{а) } \frac{a^2 - 14ab + 49b^2}{49b^2 - 7ab}, \quad \text{б) } \frac{x^2 + x - 6}{x^2 + 6x + 9}.$$

4. Решите уравнение

$$\frac{x+3}{7} - \frac{11-x}{14} = \frac{x+1}{5} - \frac{9-x}{10}.$$

5. Решите задачу.

Велосипедист отъехал от поселка на 200 м, когда за ним отправился мотоциклист, скорость которого в 3 раза больше скорости велосипедиста. На каком расстоянии от поселка он догонит велосипедиста?

Вариант 3

1. Выполните действия:

$$\text{а) } \frac{a^2 - 2ab + b^2}{x^5} \cdot \frac{x^6}{a^2 - b^2}, \quad \text{б) } \frac{36a^3}{35u^2v^3} : \frac{54a}{49uv^2}.$$

$$\text{б) } \frac{2x - 2y}{y} : \frac{x^2 - y^2}{y^2},$$

2. Упростите:

$$\text{а) } \left(\frac{x^2}{x+y} - \frac{x^3}{x^2 + 2xy + y^2} \right) : \left(\frac{x}{x+y} - \frac{x^2}{x^2 - y^2} \right),$$

$$\text{б) } \frac{2}{a+b} - \frac{3}{a-b} + \frac{4b}{a^2 - b^2}.$$

3. Сократите дробь:

$$\text{а) } \frac{4a^2 - 4ab + b^2}{4b^2 - 16a^2}, \quad \text{б) } \frac{x^2 + 8x + 16}{x^2 + 5x + 4}.$$

4.* Решите уравнение

$$\frac{\frac{x}{2} - \frac{1}{4}}{3} = \frac{\frac{x}{8} + \frac{1}{2}}{9} - 1.$$

5. Решите задачу.

Когда пешеход прошел 8 км, из того же пункта вслед за ним выехал велосипедист, скорость которого в 5 раз больше. На каком расстоянии от этого пункта велосипедист догонит пешехода?

Вариант 4

1. Выполните действия:

а) $\frac{a^4}{x^2 + 2xy + y^2} \cdot \frac{x^2 - y^2}{a^3}$, в) $\frac{10a^3u^2}{21v^7} : \frac{22au^4}{35v^3}$.

б) $\frac{a^2 - b^2}{b} : \frac{a^2 + ab}{b}$,

2. Упростите:

а) $\left(\frac{a^2}{a - 2b} - \frac{a^3}{a^2 - 4ab + 4b^2} \right) : \left(\frac{a}{a - 2b} - \frac{a^2}{a^2 - 4b^2} \right)$,

б) $\frac{4}{x - y} - \frac{3}{x + y} - \frac{8y}{x^2 - y^2}$.

3. Сократите дробь:

а) $\frac{25x^2 - y^2}{50x^2 + 20xy + 2y^2}$, б) $\frac{x^2 - 7x + 6}{x^2 - 12x + 36}$.

4.* Решите уравнение

$$\frac{2 + \frac{2}{3}x}{8} - 1 = \frac{\frac{1}{6} - \frac{x}{2}}{4}.$$

5. Решите задачу.

Когда лодка отплыла от пристани на 600 м, вслед за ней отправился катер, скорость которого в 4 раза больше. На каком расстоянии от пристани катер догонит лодку?

6. Линейная функция и ее график**Вариант 1**

1. $f(x) = \frac{3x}{x+2}$. Найдите $f\left(-\frac{2}{3}\right)$. При каких x функция не имеет смысла?

2. На отрезке $[-4; 6]$ задана функция $f(x)$ (рис. 17). Используя этот график, найдите:

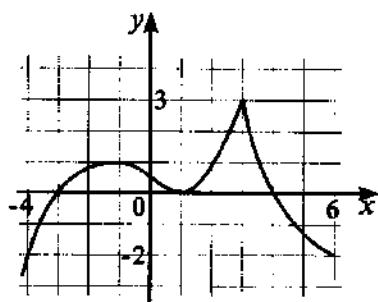


Рис. 17.

- а) нули этой функции;
- б) число решений уравнения $f(x) = a$ в зависимости от a ;
- в) наибольшее и наименьшее значения этой функции на отрезке $[-4; 6]$;
- г) промежутки, на которых значения функции положительны и отрицательны.

3. Постройте прямую $y = kx + b$, если известно, что она параллельна прямой $y = 3x - 100$ и проходит через точку $A(1; 6)$.
4. Найдите координаты точки пересечения прямых $y = 2x - 3$ и $y = -\frac{1}{2}x + 5$.
5. При каких значениях b прямые $y = 2x - 4$ и $y = 10x - b$ пересекаются на оси ординат?
6. Найдите площадь прямоугольника, отрезанного осями координат и прямой $y = -2x + 2$.
7. Постройте график функции:
 - а) $y = |x| + 3$,
 - б) $y = |x + 3|$.

Вариант 2

1. $f(x) = \frac{x+3}{2x}$. Найдите $f(-1,5)$. При каком значении x значение функции равно 0?

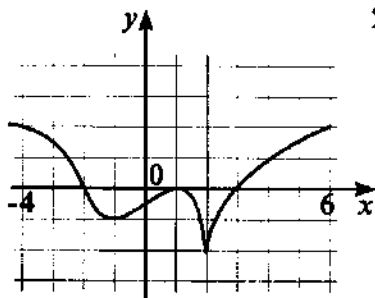


Рис. 18.

2. На отрезке $[-4; 6]$ задана функция $f(x)$ (рис. 18). Используя этот график, найдите:
 - а) нули этой функции;
 - б) число решений уравнения $f(x) = m$ в зависимости от m ;
 - в) наибольшее и наименьшее значения этой функции на отрезке $[-4; 4]$;

г) промежутки, на которых заданная функция положительна и отрицательна.

3. Постройте прямую $y = mx + n$, если известно, что она параллельна прямой $y = -3x + 57$ и проходит через точку $M(-1; 4)$.
4. Найдите координаты точки пересечения прямых $y = -2x + 3$ и $y = \frac{1}{2}x - 5$.
5. При каких значениях a прямые $y = 2x + 4$ и $y = 10x + a$ пересекаются на оси абсцисс?
6. Найдите площадь треугольника, ограниченного осями координат и прямой $y = 3x + 1$.
7. Постройте график функции:
 - а) $y = |x| - 2$,
 - б) $y = |x - 2|$.

Вариант 3

1. $f(x) = \frac{2x + 1}{x + 1}$. Найдите $f(-2,5)$. При каких x функция не имеет смысла?
2. На отрезке $[-4; 5]$ задана функция $f(x)$ (рис. 19). Используя этот график, найдите:
 - а) все решения уравнения $f(x) = 0$;
 - б) число решений уравнения $f(x) = a$ в зависимости от a ;
 - в) наибольшее и наименьшее значения этой функции на отрезке $[-4; 5]$;
 - г) промежутки, на которых $f(x) > 0$ и $f(x) < 0$.

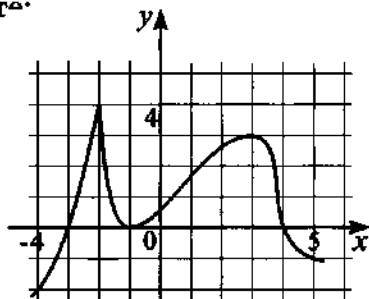


Рис. 19.

3. Постройте прямую $y = kx + b$, если известно, что она параллельна прямой $y = 2x - 75$ и проходит через точку $F(-3; -2)$.
4. Найдите координаты точки пересечения прямых $y = -4x - 5$ и $y = \frac{1}{3}x + 1$.

5. При каких значениях m прямые $y = 3x - 5$ и $y = 2x + m$ пересекаются на оси ординат?
6. Найдите площадь треугольника, ограниченного осями координат и прямой $y = 2x - 1$.
7. Постройте график функции:
 - а) $y = 3 - |x|$,
 - б) $y = |3 - x|$.

Вариант 4

1. $f(x) = \frac{1 - 2x}{x + 2}$. Найдите $f(-1,5)$. При каком значении x функция не имеет смысла?
2. На отрезке $[-4; 6]$ задана функция $f(x)$ (рис. 20). Используя этот график, найдите:

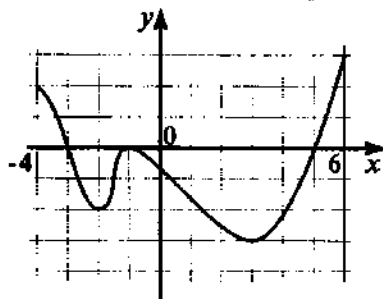


Рис. 20.

- а) все решения уравнения $f(x) = 0$;
 - б) число решений уравнения $f(x) = b$ в зависимости от b ;
 - в) наибольшее и наименьшее значения этой функции на отрезке $[-4; 6]$;
 - г) промежутки, на которых $f(x) > 0$ и $f(x) < 0$.
3. Постройте прямую $y = mx + n$, если известно, что она параллельна прямой $y = -4x + 51$ и проходит через точку $M(-1; 3)$.
 4. Найдите координаты точки пересечения прямых $y = 4x + 5$ и $y = -\frac{1}{3}x - 1$.
 5. При каких значениях a прямые $y = 3x + 2$ и $y = 2x + a$ пересекаются на оси абсцисс?
 6. Найдите площадь треугольника, ограниченного осями координат и прямой $y = -2x + 1$.
 7. Постройте график функции:
 - а) $y = |x| + 2$,
 - б) $y = |x + 2|$.

7. Системы двух уравнений с двумя неизвестными

Вариант 1

1. Решите систему:

$$\text{а) } \begin{cases} 4x + y = 3 \\ 6x - 2y = 1 \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} -2(2x + 3) + 2,5 = 3(y - 2x) - 9 \\ 4,5 - 4(1 - x) = 2y - (5 - x). \end{cases}$$

2. Решите задачу, составив систему.

В гостинице 25 номеров. Есть четырехместные и двухместные номера. Сколько каких номеров, если всего в гостинице могут поместиться 70 человек?

3. Известно, что прямая, заданная уравнением $y = kx + b$, проходит через точки $A(4; -6)$ и $B(-8; -12)$. Найдите k и b , а также координаты точки пересечения с прямой $2x + y = 2$.

4.* При каком значении a система имеет бесконечное множество решений?

$$\begin{cases} 2x + y = a \\ -4x = 2y + 2. \end{cases}$$

$$\text{5.* Решите систему } \begin{cases} \frac{3}{2-x} + y^2 = 7 \\ \frac{1}{2-x} + 3y^2 = 13. \end{cases}$$

$$\text{6.* } (x - 3y + 1)^2 + |2x - 5y + 1| = 0.$$

Вариант 2

1. Решите систему:

$$\text{а) } \begin{cases} 3x - y = 7 \\ 2x + 3y = 1 \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 6(x + y) + y = 8 + 2(x - y) \\ 5(y - x - 1) + y = 3(x + y). \end{cases}$$

2. Решите задачу, составив систему.

Для класса купили 30 билетов в театр по 10 руб. и 15 руб. За все билеты заплатили 390 руб. Сколько купили билетов за 10 руб. и сколько за 15 руб?

3. Известно, что прямая, заданная уравнением $y = kx + b$, проходит через точки $A(-3; 26)$ и $B(5; -22)$. Найдите k и b , а также координаты точки пересечения с прямой $3x + y = 5$.

- 4.* При каком значении a система имеет бесконечное множество решений?

$$\begin{cases} x - y = a \\ x - 5y = 3. \end{cases}$$

5.* Решите систему
$$\begin{cases} \frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} = \frac{53}{9} \\ \frac{3}{x^2} - \frac{2}{y^2} = -\frac{86}{9}. \end{cases}$$

6.* $9x^2 - 6xy + |2x - y + 2| = -1$.

Вариант 3

1. Решите систему:

а)
$$\begin{cases} 4x + 3y = 2 \\ x - 4y = -9 \end{cases}$$

б)
$$\begin{cases} -3(x - 2y) - 4(y - x) = 2x - y - 2 \\ 3(2x - y) + 2(x - y) - 1 = 3x - 2y. \end{cases}$$

2. Даны два числа. Если к первому числу прибавить половину второго, то получится 65, а если из второго вычесть третью часть первого, то получится первое число. Найдите эти числа.

3. Прямая $y = kx + b$, проходит через точки $A(2; 1)$ и $B(-4; 10)$. Найдите k и b , а также координаты точки пересечения прямой $y = kx + b$ с прямой $3x - y = 5$.

- 4.* При каких значениях a система не имеет решений?

$$\begin{cases} 2x - 5y = 8 \\ 6x + ay = 10. \end{cases}$$

5. Решите систему $\begin{cases} x + ay = a^2 \\ x + by = b^2. \end{cases}$
6. Решите уравнение $2x^2 - 4xy + 4y^2 - 6x + 9 = 0$.

Вариант 4

1. Решите систему:
- а) $\begin{cases} 3x - 2y = 16 \\ x + 4y = -4 \end{cases}$
- б) $\begin{cases} -3(x - 2y) + 2(x - y) = -2y + x - 2 \\ 3x - y - 3 = 5(y - x) + 2x + 2y. \end{cases}$
2. Если к первому числу добавить четверть второго числа, получится 129, а если увеличить второе число в 5 раз и отнять от него половину первого числа, то получится первое число. Найдите эти числа.
3. Прямая $y = kx + b$ проходит через точки $A(6; 7)$ и $B(-2; 11)$. Найдите k и b , а также координаты точки пересечения прямой $y = kx + b$ с прямой $3x - y = 4$.
- 4.* При каких значениях a система не имеет решений?

$$\begin{cases} ax + y = 3 \\ 4x + 2y = 7. \end{cases}$$

5. Решите систему $\begin{cases} x + ay = a \\ ax + y = 2a - 1. \end{cases}$
6. Решите уравнение $5y^2 - 4y + x^2 - 2xy + 1 = 0$.

8. Итоговая контрольная работа (2 урока)

Вариант 1

1. Преобразуйте в многочлен стандартного вида $(a - b)^2 + (3a - b)(b + 3a)$.
2. Упростите выражение $\left(\frac{a}{a+4} - \frac{a}{a-4}\right) \cdot \frac{a+4}{a}$.

3. Решите уравнение:

$$\text{а) } \frac{2x}{3} - \frac{2x+11}{6} + 1 = 0, \quad \text{б) } * \frac{3x^2 - 2x - 1}{x^3 - 3x^2 - 4x + 6} = 0.$$

4. Решите систему графически. Выясните, проходит ли третья прямая через точку пересечения первых двух.

$$\begin{cases} 2x - y = 2 \\ x + 2y = 11 \end{cases}; \quad 3y = 4x.$$

5. Вычислите:

$$\text{а) } \frac{(7^5)^3}{49 \cdot 7^{14}}, \quad \text{б) } * \frac{93^2 - 2 \cdot 93 \cdot 76 + 76^2}{-68^2 + 51^2 + 85^2 - 34^2}.$$

6. Решите задачу.

Сумма двух чисел равна 77. Найдите эти числа, если $\frac{2}{3}$ первого числа равны $\frac{4}{5}$ второго числа.

$$7.* \text{ Решите систему } \begin{cases} x^2 - xy + 4x - y + 3 = 0 \\ 7x + 5y + 12 = 0. \end{cases}$$

Вариант 2

1. Преобразуйте в многочлен стандартного вида

$$(3x + y)^2 + (x - y)(y + x).$$

2. Упростите выражение $\frac{x}{x-y} : \left(\frac{x+y}{y} + \frac{y}{x-y} \right).$

3. Решите уравнение:

$$\text{а) } \frac{3y}{2} - \frac{2y-3}{4} - 3 = 0, \quad \text{б) } * \frac{x^2 + 2x - 3}{x^3 + 2x^2 + 3x - 6} = 0.$$

4. Решите систему графически. Выясните, проходит ли третья прямая через точку пересечения первых двух.

$$\begin{cases} x + 2y = 4 \\ 2x - y = -1 \end{cases}; \quad 2y = 3x.$$

5. Вычислите:

$$\text{а) } \frac{(5^6)^3 \cdot 125}{(5^7)^3}, \quad \text{б) } * \frac{65^2 + 39^2 - 52^2 - 26^2}{49^2 - 2 \cdot 49 \cdot 36 + 36^2}.$$

6. Решите задачу.

Разность двух чисел равна 12. Найдите эти числа, если $\frac{2}{5}$ первого числа составляют $\frac{4}{7}$ другого?

7.* Решите систему $\begin{cases} x^2 - xy - 3x + 2y + 2 = 0 \\ 3x - y - 6 = 0. \end{cases}$

Вариант 3

1. Преобразуйте в многочлен стандартного вида

$$(x - 2y)^2 - (x + y)(x - 2y).$$

2. Упростите выражение $\left(\frac{1}{a-b} - \frac{1}{a+b}\right) \cdot \frac{a-b}{b}.$

3. Решите уравнение:

а) $\frac{3y+8}{7} - \frac{y-6}{2} = 2,$ б)* $\frac{2x^2+3x+1}{x^3+2x^2+3x+2} = 0.$

4. Решите систему графически. Проходит ли третья прямая через точку пересечения первых двух?

$$\begin{cases} 2x - y = 8 \\ x + 2y = -6 \end{cases}; \quad y = 2x.$$

5. Вычислите:

а) $\frac{(6^4)^2}{4^4 \cdot 9^5},$ б)* $\frac{119^2 - 2 \cdot 119 \cdot 96 + 96^2}{92^2 + 46^2 - 23^2 - 69^2}.$

6. Решите задачу.

Турист прошел 50 км за 3 дня. Во второй день он прошел на 10 км меньше, чем в первый, и на 5 км больше, чем в третий. Сколько километров проходил турист каждый день?

- 7.* Решите систему

$$\begin{cases} 2xy - xz + yz = 2xyz \\ \frac{1}{x} - \frac{1}{z} = 3 \\ \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 2. \end{cases}$$

Вариант 4

1. Преобразуйте в многочлен стандартного вида

$$(3a - 2b)^2 - (a - 3b)(2a + 4b).$$

2. Упростите выражение $\frac{x}{x+y} : \left(\frac{x}{x+y} - \frac{x-y}{x} \right)$.

3. Решите уравнение:

а) $\frac{3x+5}{5} - \frac{x-7}{4} = 1$, б)* $\frac{x^2+3x+2}{x^3-2x^2+3x+6} = 0$.

4. Решите систему графически. Проходит ли третья прямая через точку пересечения первых двух?

$$\begin{cases} 2x + y = 7 \\ x - y = 2 \end{cases}; \quad 3y = x.$$

5. Вычислите:

а) $\frac{(14^3)^3}{7^8 \cdot 8^3}$, б)* $\frac{58^2 + 116^2 - 29^2 - 87^2}{43^2 - 2 \cdot 43 \cdot 14 + 14^2}$.

6. Решите задачу.

Путь в 30 км катер прошел по течению за 2 ч, а против течения — за 3 ч. Найдите собственную скорость катера и скорость течения.

7.* Решите систему

$$\begin{cases} x + y - xy = 0 \\ x + z - 2xz = 0 \\ y + z - 5yz = 0. \end{cases}$$

Самостоятельные работы

1. Числовые и алгебраические выражения

Вариант 1

1. -1 . 3. $\frac{2}{5}$. 5. $100a + 3 \cdot 10 + b$.

Вариант 2

1. -13 . 3. $-7,6$. 5. $7x + 5$.

Вариант 3

1. $4,2$. 3. $4\frac{10}{23}$.

4. Р е ш е н и е: $2n + (2n + 2) + (2n + 4) = 6n + 6 = 6(n + 1)$,
что делится на 6. 5. $2,95$.

Вариант 4

1. $5\frac{13}{16}$. 3. $\frac{29}{278}$.

4. Р е ш е н и е: $2n(2n + 2) = 4n(n + 1)$, но $n(n + 1)$ делится на 2. Тогда и произведение этих чисел делится на 8. 5. $11\frac{19}{70}$.

Вариант 5

1. $\frac{25}{42}$. 3. $\frac{a + b}{3(a - b)} + 3(m - n)$.

4. Р е ш е н и е: $2n + 1 + 2n + 3 = 4n + 4 = 4(n + 1)$,
что делится на 4.

5. Р е ш е н и е: $x = 10n_1 + 3$; $y = 10n_2 + 2$. $x + y =$
 $= 10(n_1 + n_2) + 5$, что делится на 5.

Вариант 6

$$1. \frac{15}{16}. \quad 3. \frac{2(m+n)}{m-n} + 3cd.$$

4. Р е ш е н и е: $x = n_1a + R$; $y = n_2a + R$. $x - y = (n_1 - n_2)a$, что делится на a . 5. 62.

Вариант 7

$$1. -11\frac{1}{5}. \quad 2. \frac{ma + nb}{V}. \quad 3. \frac{a + b}{2(a - b)} + 4(c - d).$$

4. Р е ш е н и е:

$$\begin{cases} x + 1 = 1 \\ y - 2 = 2, \end{cases} \begin{cases} x + 1 = 2 \\ y - 2 = 1, \end{cases} \begin{cases} x + 1 = -1 \\ y - 2 = -2, \end{cases} \begin{cases} x + 1 = -2 \\ y - 2 = -1. \end{cases}$$

$$\text{Отсюда: } \begin{cases} x = 0 \\ y = 4, \end{cases} \begin{cases} x = 1 \\ y = 3, \end{cases} \begin{cases} x = -2 \\ y = 0, \end{cases} \begin{cases} x = -3 \\ y = 1. \end{cases}$$

5. Р е ш е н и е: $\overline{ab} = 10a + b$; $\overline{ba} = 10b + a$. $\overline{ab} - \overline{ba} = 10a + b - 10b - a = 9a - 9b = 9(a - b)$, что делится на 9.

Вариант 8

$$1. -49. \quad 2. \frac{S}{v - m} + \frac{S}{v + m}. \quad 3. \frac{3(x + y)}{x - y} + 2ab.$$

$$4. \text{ Р е ш е н и е: } \begin{cases} y + 1 = 3 \\ xy - 1 = 1, \end{cases} \begin{cases} y + 1 = 1 \\ xy - 1 = 3, \end{cases}$$

$$\begin{cases} y + 1 = -3 \\ xy - 1 = -1, \end{cases} \begin{cases} y + 1 = -1 \\ xy = -3. \end{cases} \quad \text{Отсюда: } \begin{cases} x = 1 \\ y = 2, \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0 \cdot x = 4 \\ y = 0, \end{cases} \quad \text{что не имеет решений} \quad \begin{cases} x = 1 \\ y = -4, \end{cases} \begin{cases} x = \frac{3}{2} \\ y = -2, \end{cases}$$

чего быть не может, т.к. x и $y \in \mathbb{Z}$.

$$\text{Ответ: } \begin{cases} x = 1 \\ y = 2, \end{cases} \begin{cases} x = 0 \\ y = -4. \end{cases}$$

5. Р е ш е н и е: $\overline{ab} = 10a + b$; $\overline{ba} = 10b + a$. $\overline{ab} + \overline{ba} = 11a + 11b = 11(a + b)$, что делится на 11.

2. Свойства арифметических действий, правила раскрытия скобок

Вариант 1

1. 2,875. 2. -24,52. 3. $x = 7$. 4. 0,7. 5. На 32 %.

Вариант 2

1. $-17\frac{1}{3}$. 2. 84,48. 3. $x = 0$. 4. 0,118. 5. На 72,8 %.

Вариант 3

1. 5,5. 2. 79. 3. $x = -\frac{1}{2}$. 4. 50. 5. На 44 %.

Вариант 4

1. 9,2. 2. 27. 3. $x = 3\frac{1}{4}$. 4. 381,84. 5. Подешевел на 1 %.

Вариант 5

1. $20\frac{7}{12}$. 2. -12,6. 3. $y = 382,5$. 4. 0,04. 5. 125 %.

Вариант 6

1. 24,23. 2. 13,07. 3. $x = 0,02$. 4. 662,4. 5. 28 %.

Вариант 7

1. $\frac{7}{9}$. 2. $-2x + 9$. 3. $x = -1\frac{5}{8}$. 4. 24,24; 9,09; 30,3.
5. $7\frac{5}{5}$ г.

Вариант 8

1. 1,5. 2. $2a + 7$. 3. $x = -\frac{2}{3}$. 4. 42,84; 61,2; 30,6.
5. 13,5 кг.

3. Уравнения с одним неизвестным

Вариант 1

4. $x_1 = 2,5$; $x_2 = -10$.

Вариант 2

4. $x_1 = -3\frac{1}{3}$; $x_2 = 20$.

Вариант 3

3. 2; 3; 4. 4. $x_1 = 5$; $x_2 = -1$.

Вариант 4

3. -2; 0; 2. 4. $x_1 = 2$; $x_2 = -8$.

Вариант 5

2. $a = 2\frac{2}{3}$. 3. $k = -1\frac{9}{14}$. 4. При $a = 2$ и $b \neq -1$.

5. $x_1 = 1\frac{1}{4}$; $x_2 = -1\frac{1}{2}$.

Вариант 6

2. $a = -2\frac{1}{4}$. 3. $m = -5\frac{2}{3}$. 4. При $a = -3$ и $b = 1$.

5. $x_1 = -\frac{3}{5}$; $x_2 = 2\frac{1}{3}$.

Вариант 7

1. б) $x = 2$. 2. При $a = b \neq 0$, x — любое число; при $a \neq b$, $x = b$. 3. При $m = -\frac{1}{3}$. 4. а) не имеет решений при $a = 1$ и $b \neq -2$; б) имеет бесконечное множество решений при $b = -2$. 5. $x_1 = 3$.

Вариант 8

1. б) нет решений. 2. при $m = n \neq 0$, y — любое число; при $m \neq n$, $y = -m$. 3. При $k = \frac{6}{7}$. 4. а) не имеет решений при $m = -1$ и $n \neq 2$; б) имеет бесконечное множество решений, если $n = 2$. 5. $x = -1$.

4. Решение задач с помощью уравненийВариант 1

1. 231; 462; 392. 2. 26 км/ч. 3. На 900 %.

Вариант 2

1. 340; 136; 357 га. 2. 14,4 км/ч. 3. На 60 изделий.

Вариант 3

1. 15 дней. 2. Через 8 часов, 480 км от А. 3. На 90 изделий.

Вариант 4

1. 88 тетрадей; 19 учеников. 2. 60 км. 3. 300 изделий.

Вариант 5

1. 40 кусков. 2. Через 8 часов, 480 км. 3. На 50 %.

Вариант 6

1. 34. 2. 54 км/ч. 3. 20 %.

Вариант 7

1. 750; 1500; 830. 2. 4 км/ч. 3. 5 кг.

Вариант 8

1. 120, 90, 30 т. 2. 160 мин. 3. 56,25 %.

5. Степень с натуральным показателем

Вариант 1

1. $5^4 \cdot a^3$. 2. а) 81; б) 200; в) $\frac{27}{64}$. 3. а) $3,053 \cdot 10^3$; б) $5,025 \cdot 10^1$.

Вариант 2

1. $7^5 b^4$. 2. а) -32; б) 500; в) $\frac{16}{625}$. 3. а) $2,057 \cdot 10^2$; б) $3,51 \cdot 10^4$.

Вариант 3

1. $3^6 \cdot a^3$. 2. а) 625; б) -968; в) $-\frac{343}{512}$.
3. а) $5,25000202 \cdot 10^8$; б) $9,353 \cdot 10^1$.

Вариант 4

1. $2^7 \cdot b^4$. 2. а) 256; б) 6125; в) $-\frac{125}{216}$. 3. а) $1,1235 \cdot 10^2$; б) $3,9444005 \cdot 10^7$.

Вариант 5

1. а) $-\frac{27}{343}$; б) $-\frac{125}{8}$. 2. а) $(0,2)^3$; б) 6^3 ; в) нельзя.
3. а) $(-5,2)^3 < (-2,4)^2$; б) $-7,1^2 < -5,9^2$.

Вариант 6

1. а) $\frac{625}{256}$; б) $-\frac{343}{64}$. 2. а) $(0,25)^2$; б) $\left(-\frac{3}{5}\right)^3$; в) 7^3 .
3. а) $(-2,4)^4 > (-5,2)^3$; б) $-6,8^2 < -5,7^2$.

Вариант 7

1. $2^{13} \cdot x^6$. 2. а) $2^4 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 11$; б) $3^6 \cdot 5^4$. 3. а) 5. б) 7.

Вариант 8

1. $3^{11} \cdot y^7$. 2. а) $2^5 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$; б) $2 \cdot 3^2 \cdot 7^5$. 3. а) 8. б) 1.

6. Свойства степени с натуральным показателем

Вариант 1

1. а) x^{13} ; б) 2^{13} . 2. а) a^4 ; б) $\frac{a^8}{b^8}$. 3. а) 64; б) -625 ;
в) $\frac{7}{3}$.

Вариант 2

1. а) a^{21} ; б) 3^{16} . 2. а) y^5 ; б) $x^9 \cdot y^4$. 3. а) 64; б) -81 ;
в) 1.

Вариант 3

1. а) x^3 ; б) 2^{25} . 2. а) $\frac{20}{9}$; б) $\frac{(a-b)^2}{a^2}$. 3. а) $\frac{4}{75}$;
б) $\frac{108}{5}$; в) 0.

Вариант 4

1. а) y^{41} ; б) 3^{31} . 2. а) $\frac{5}{2}$; б) $\frac{x+y}{x-y}$. 3. а) $\frac{1}{80}$; б) 15;
в) 0.

Вариант 5

1. а) 3^{10} ; б) 2^{2n+12} . 2. а) $\frac{1}{8}$; б) $\frac{1}{3}$. 3. а) $x = \frac{7}{3}$; б) $x = 4$.

Вариант 6

1. а) 2^{24} ; б) 3^{6n-7} . 2. а) 216; б) 1. 3. а) $x = 9$; б) $x = 0$.

Вариант 7

1. а) 2^{54} ; б) 3^{11n+29} . 2. а) $x = 3$; б) $x = 1$. 3. а) $\frac{1}{16}$; б) 1.

Вариант 8

1. а) 3^{55} ; б) 2^{21n-53} . 2. а) $x = 6$; б) $x = \frac{1}{2}$. 3. а) $\frac{1}{10}$; б) 3.

7. Стандартный вид одночлена.**Умножение одночленов****Вариант 1**

1. а) $15a^3b$; б) $8a^7b^3$. 2. $6x^5y^5$; $\frac{3}{16}$. 3. а) $-\frac{2}{3}a^4b^2$; б) $108x^7y^9$.

Вариант 2

1. а) $35x^5y^2$; б) $15x^7y$. 2. $12a^4b^3$; $\frac{1}{24}$. 3. а) $-\frac{2}{7}x^3y^4$; б) $-\frac{1}{2}a^5b^{11}$.

Вариант 3

1. а) $\frac{3}{2}a^5$; $-\frac{16}{81}$; б) $-11x^6y$; 64. 2. а) $(12a^2b^3c^4)^2$; б) $(\frac{5}{4}x^6y^8)^2$. 3. а) 27; б) $\frac{1}{5}$.

Вариант 4

1. а) $\frac{2}{3}b^4$; $\frac{27}{8}$; б) $-\frac{15}{2}x^3y^2$; $\frac{96}{25}$. 2. а) $(\frac{1}{13}xy^4z^7)^2$; б) $(\frac{1}{2}a^{18}b^2)^2$. 3. а) $-\frac{1}{16}$; б) -216.

Вариант 5

1. а) $-1,2 \cdot a^7 \cdot b^{12}$; б) $\frac{4}{3}x^5y^{11}$. 2. а) $(6x^9 \cdot y^{27})^3$;
б) $(a^m)^2$. 3. $\frac{1}{125}$.

Вариант 6

1. а) $-2x^4 \cdot y^{11}$; б) $-\frac{49}{36}a^9 \cdot b^5$. 2. а) $(3a^3b^{12})^3$;
б) $(b^{2m})^3 = (b^{3m})^2$. 3. 243.

Вариант 7

1. $\frac{15}{104}a^{17}b^{16}$; $-\frac{15}{56}$. 2. а) $(4a^2b^6)^3 = (8a^3b^9)^2$;
б) $(-5a^6b^8)^3$. 3. $\frac{1}{64}$.

Вариант 8

1. $\frac{4}{5}a^{14} \cdot b^{12}$; $\frac{81}{320}$. 2. а) $(-2x^4 \cdot b^2)^3$;
б) $\left(\frac{1}{4}x^{12}y^{32}\right)^3 = \left(\frac{1}{8}x^{18} \cdot y^{48}\right)^2$. 3. $\frac{49}{4}$.

8. Приведение подобных членов

Вариант 1

1. а) $\frac{1}{3}a^3b^2 + 5b^7$; б) $-6a^3b + 8a^2b + 26a^3$. 2. $-6x^2y +$
 $+ 2xy^2$; 20. 3. а) $-12x^3 - 10x^2$; б) $2a^2b$.

Вариант 2

1. а) $-16x^3y^2 + 24x^3y^3$; б) $-20x^3y^2 - 20x^5y^4$. 2. $\frac{8}{3}a^2b -$
 $- 4a^3b^2$; 28. 3. а) $-10a^3 - 7a$; б) 0.

Вариант 3

1. $-10a^2b + 16ab^2$; -12. 2. а) $3x^3 + 10x^2 - 6x$; б) $-6x^2y$.
3. а) $x = -2$; б) $x = -4$.

Вариант 4

1. $4x^2y - 6xy^2$; - 40. 2. а) $-5a^3 - a^2$; б) $-23ab^2$.
3. а) $x = -3$; б) $x = 6$.

Вариант 5

1. а) $5v^2$; 20; б) $12abc$; -3. 2. $-15x^3 - 26x^2$. 3. $x = -4$.

Вариант 6

1. а) $7pq$; - 1; б) $-49x^2yz$; - 1. 2. $-60y^2 - y$. 3. $x = -\frac{2}{3}$.

Вариант 7

1. а) $16ab^2$; - 1; б) $-9a^2bc$; - 1. 2. $x = 2$.
3. а) $9(a - b) : 9$; б) $11(100a + b) : 11$.

Вариант 8

1. а) $32a^2b^3$; $-\frac{1}{4}$; б) $-81xy^2z + 8$; 5. 2. $x = -2$.
3. а) $(a + b) : 11$; б) $111 \cdot a : 37$.

9. Сложение и вычитание многочленовВариант 1

1. а) $x^2 + xy + 2y^2$; б) $9x - 23$. 2. а) x^2 ; б) $3x^2 - 14xy + 2y^2$. 3. а) $x = 4$; б) $x = -11\frac{1}{3}$.

Вариант 2

1. а) $-a^2 - ab + 3b^2$; б) $-15x + 25$. 2. а) $-x^2 + 4xy$; б) $3x^2 - 6xy + 4y^2$. 3. а) $x = -3$; б) $x = -1$.

Вариант 3

1. а) $-p^2 - 5pq + 6q^2$; б) $-6p^2q^2 + 9pq^3 - 6q^4$. 2. а) $-x^2 - 9y^2$; б) $7x^2 - 16xy + y^2$. 3. а) $14y$; - 28; б) $-10a^2b^2$; - 10.

Вариант 4

1. а) $a^2 + 6ab - 15b^2$; б) $-28a^5 + 8a^4b - 4a^3b^2$. 2. а) $3a^2 - 3b^2$; б) $-7a^2 + 6ab - 11b^2$. 3. а) $-7a$; 21; б) $-7xy^2$; 0,7.

Вариант 5

1. а) $3x^2 - 12xy + 8y^2$; б) $3x^2 - 4xy - 3y^2$. 2. а) $2a + 3b - 2ab$; $-2,04$; б) $64u^2 - 18u$; $14\frac{2}{3}$. 3. а) $x = 2,4$; б) $x = -4$.

Вариант 6

1. а) $2a^2 - 34ab - 4b^2$; б) $-2a^2 + 3ab + 7b^2$. 2. а) $x^2 - 2x + 2y^2$; $1,19$; б) $19v$; -7 . 3. а) $x = \frac{11}{3}$; б) $x = -1$.

Вариант 7

1. а) $-24u^3v$; б) $13x^2 - 13y$. 2. 0 ; 0 . 3. а) $x = 3$; б) $x = 3$.

Вариант 8

1. а) $-35p^2q$; б) $5a^2 - 25ab - 20b^2$. 2. 0 ; 0 . 3. а) $x = -2$; б) $x = 2$.

10. Умножение и деление многочленов**Вариант 1**

1. а) $x^2 - 4x - 21$; б) $4a - 2$; в) $7ab^2 - 2b$. 2. а) $3a^2 - 2ab - b^2 + 3a + b$; б) $5x - 12$. 3. $x = 2$.

Вариант 2

1. а) $a^2 - a - 20$; б) $5x - 2$; в) $-4q + 6p^2$. 2. а) $4x^2 - 9xy + 2y^2 - 4x + y$; б) $-5a + 9$. 3. $x = -1$.

Вариант 3

1. а) $6x^2 - 7x + 2$; б) $-2x^2 + x$; в) -1 . 2. $5a - 2$; -32 . 3. а) $x = 1$; б) $x = -1$.

Вариант 4

1. а) $-8a^2 - 2a + 3$; б) $-4a + 3$. в) 0 . 2. $8x - 3$; -67 . 3. а) $x = 8$; б) $x = 1$.

Вариант 5

1. а) $-12a^2 + a + 35$; б) $5y^3 - 6y^2 + 11y - 2$; в) $-3a^2 + 2a - 1$. 2. а) $x^4 + x^2 + 1$; б) $y^6 - 2y^5 + 2y^4 - 2y^3 + 2y^2 - 2y + 1$.
 3. а) $x = 1$; б) $a = 2 \Rightarrow \emptyset$; $a \neq 2 \Rightarrow x = \frac{12-a}{2-a}$.

Вариант 6

1. а) $-12x^2 + 29x - 14$; б) $2x^3 - 3x^2 - 9x + 5$; в) $-4x^2 + 2x + 3$. 2. а) $a^8 - a^4 + 1$; б) $a^7 - 1$. 3. а) $x = -1$;
 б) $a = -4 \Rightarrow \emptyset$; $a \neq -4 \Rightarrow x = -\frac{2a}{a+4}$.

Вариант 7

1. а) $8a^3 - 18a^2 - 5a + 21$; б) $-8a^2 + 6ab - 3$. 2. а) $a^{16} - a^8 + 1$; б) $8a^3 - 1$; в) $a^4 - 14a^3 + 49a^2 - 144$. 3. а) $x = 2$;
 б) $a = 0 \Rightarrow x$ — любой; $a \neq 0 \Rightarrow x = -2a$.

Вариант 8

1. а) $3u^3 - 8u^2 + 7u - 2$; б) $-u^2 + 3uv - 5$. 2. а) $b^{32} - b^{16} + 1$;
 б) $1 + 8b^3$; в) $b^4 - 13b^2 + 36$. 3. а) $x = -2$; б) $a = 0 \Rightarrow x$ — любой; $a \neq 0 \Rightarrow x = a$.

11. Разложение многочлена на множителиВариант 1

1. д) $(16a - 5c)(2c^2 - 3x^2)$. 2. $x_1 = 0$; $x_2 = 5$.
 3. Р е ш е н и е: $2^{21} - 2^{18} = 2^{18}(2^3 - 1) = 2^{18} \cdot 7$; 14.

Вариант 2

1. д) $(7a - 5b)(8a + 9c)$. 2. $x_1 = 0$; $x_2 = -4$.
 3. Р е ш е н и е: $79^2 + 79 \cdot 11 = 79(79 + 11) = 79 \cdot 90$; 30.

Вариант 3

1. б) $6a^4b^3(9a^4b^2 - 7a - 4b^2)$; в) $(a^2 - c)(x^7 + t^2 + q)$;
 г) $(b - c)(a - d)$; д) $(3q^3 - 4x^2)(7p - 9q)$. 2. $x_1 = 0$;
 $x_2 = 3$; $x_3 = 2$.
 3. Р е ш е н и е: $313 \cdot 299 - 313^2 = 313(299 - 313) =$
 $= -313 \cdot 14$; 7.

Вариант 4

1. б) $6a^2b^3(4abc - 2bc^2 + 1)$; в) $(b - c)(a + d - 1)$; г) $(x + z)(x^2 - 2z^2)$; д) $2(a + 3b)(c - 2d)$. 2. $y_1 = 0$; $y_2 = 5$; $y_3 = 5\frac{1}{3}$.

3. Решение: $8^5 + 2^{11} = 2^{15} + 2^{11} = 2^{11}(2^4 + 1) = 2^{11} \cdot 17 : 17$.

Вариант 5

1. а) $4a^2(y - 2x)^2(2a - 3y + 6x)$; б) $(2a - 3c)(5b + a)$; в) $(3y - 2x)(3y - 4x^3)$.

2. Решение: $3^n(3^2 + 1) - 2^n(2^2 + 1) = 3^n \cdot 10 - 2^n \cdot 5 = 3^n \cdot 10 - 2^{n-1} \cdot 10 = 10(3^n - 2^{n-1}) : 10$.

3. Решение: $x^2 + 7x + 12 = 0$; $x^2 + 3x + 4x + 12 = 0$; $x(x + 3) + 4(x + 3) = 0$; $(x + 3)(x + 4) = 0$; $x_1 = -3$; $x_2 = -4$.

4. Решение: $\overline{ab} - \overline{ba} = 10a + b - (10b + a) = 10a + b - 10b - a = 9a - 9b = 9(a - b) : 9$.

Вариант 6

1. а) $9x^2(b - 2a)^2(3x - 2b + 4c)$; б) $(4a + 3c)(3a - 2b)$; в) $(2a^2 - 3p)(4a^2 + 5p)$.

2. Решение: $7^n(7^2 + 1) - 3^n \cdot (3^2 + 1) = 10(5 \cdot 7^n - 3^n) : 10$.

3. Решение: $x^2 + 3x - 10 = 0$ $x^2 + 5x - 2x - 10 = 0$ $x(x + 5) - 2(x + 5) = 0$ $(x - 2)(x + 5) = 0$; $x_1 = 2$; $x_2 = -5$.

4. Решение: $\overline{abc} - \overline{cba} = 100a + 10b + c - (100c + 10b + a) = 100a + 10b + c - 100c - 10b - a = 99a - 99c = 99(a - c) : 99$.

Вариант 7

1. а) $(x - y + z)(x - y + 1)$; б) $x^2y^2(4x^2 + 3y^2)(y - 5x^4)$; в) $(x - 1)(x^m + 1)$. 2. $-0,33$.

3. Решение: $\overline{abc} + \overline{bca} + \overline{cab} = 100a + 10b + c + 100b + 10c + a + 100c + 10a + b = 111a + 111b + 111c = (a + b + c) \cdot (37 \cdot 3) : 37$ и $: 3$.

4. При $a \neq 1$ $x = a - 3$; при $a = 1$ x — любое число.

Вариант 8

1. а) $(5x - 2)(2x - xy - y^2)$; б) $(5c - 2k)(bc^2 - k^2)$;
 в) $(y - 1)(y^k + 1)$. 2. $-9,5375$.
 3. Р е ш е н и е: $\overline{mn} + 2m - 3n = 10m + n + 2m - 3n =$
 $= 12m - 2n = 2(6m - n) : 2$.
 4. При $b \neq -1$ $y = b + 2$; при $b = -1$ y — любое
 число.

12. Формулы $a^2 - b^2$ и $(a \pm b)^2$ Вариант 1

2. $x = 1\frac{1}{4}$. 3. 400.

Вариант 2

2. $x = -2\frac{1}{6}$. 3. 128 000.

Вариант 3

1. а) $(4a - b)(6a + b)$; б) $(a^2 + b)^2$; в) $-(x^2 + n)^2$;
 г) $-(x + 9y)(9x + y)$. 2. $x = -\frac{3}{22}$. 3. $\frac{5}{8}$.

Вариант 4

1. а) $(2y - x)(5x - 2y)$; б) $(x^2 - b)^2$; в) $-(3c - 2d^2)^2$;
 г) $(11m - 24n)(17m - 18n)$. 2. $x = 1\frac{31}{34}$. 3. $\frac{3}{4}$.

Вариант 5

1. а) $(5m + 3n)^2$; б) $(y - 5 - 2m)(y - 5 + 2m)$. 3. $a^4 - 16b^4$.
 4. Р е ш е н и е: $(n^2 + 3n + 1)^2 - 1 = (n^2 + 3n + 2)(n^2 + 3n) =$
 $= n(n + 1)(n + 2)(n + 3) : \text{на } 24$.
 5. Р е ш е н и е: $(x + y)^2 + 2x + 2y + 1 = (x + y)^2 + 2(x +$
 $+ y) + 1 = (x + y + 1)^2 = (3,74 + 1,26 + 1)^2 = 36$.

Вариант 6

1. а) $(3a + 8b)^2$; б) $(x + 4 - 3a)(x + 4 + 3a)$. 3. $x^4 - 81y^4$.
 4. Р е ш е н и е: $(2n + 1)^2 - 1 = 4n^2 + 4n = 4n(n + 1) : 8$,
 т.к. $n(n + 1) : 2$.

5. Р е ш е н и е: $(a+b)^2 + 4a + 4b + 4 = (a+b)^2 + 4(a+b) + 4 = (a+b+2)^2 = (5,37 + 2,63 + 2)^2 = 100$.

Вариант 7

1. У к а з а н и е: $(a+b+c)^2 = ((a+b)+c)^2 = (a+b)^2 + 2(a+b)c + c^2$ и т.д.

2. а) $(a-b+c)(a+b-c)$.

б) р е ш е н и е: $a^2b + b^2c + ac^2 - ab^2 - bc^2 - a^2c = b(a^2 - c^2) + ac(c-a) + b^2(c-a) = b(a-c)(a+c) - ac(a-c) - b^2(a-c) = (a-c)(ab + bc - ac - b^2) = (a-c)(a(b-c) - b(b-c)) = (a-b)(a-c)(b-c)$.

3. $x = -3$.

4. Р е ш е н и е: $n_1 = 5m_1 + 1$; $n_2 = 5m + 2$; $n_1^2 + n_2^2 = 25m_1^2 + 10m_1 + 1 + 25m_2^2 + 20m_2 + 4 = (25(m_1^2 + m_2^2) + 10(m_1 + 2m_2) + 5) : 5$.

5. Р е ш е н и е: $3a^2 + 3b^2 + 3c - 2ab - 2ac - 2bc = (a-b)^2 + (a-c)^2 + (b-c)^2 + a^2 + b^2 + c^2 \geq 0$.

Вариант 8

1. У к а з а н и е: $(x+y-z)^2 = ((x+y)-z)^2 = (x+y)^2 - 2z(x+y) + z^2$ и т.д.

2. а) $8y(x+y)$;

б) р е ш е н и е: $a^4 + b^4 + 2a^3b + 2a^2b^2 + 2ab^3 = (a^4 + a^2b^2) + (2a^3b + 2ab^3) + (a^2b^2 + b^4) = a^2(a^2 + b^2) + 2ab(a^2 + b^2) + b^2(a^2 + b^2) = (a^2 + b^2)(a^2 + 2ab + b^2) = (a^2 + b^2)(a+b)^2$.

3. $m = \frac{1}{9}$.

4. Р е ш е н и е: $m = 11n + 4$; $m^2 = 121n^2 + 88n + 16 = 11(11n + 8n + 1) + 5$, т.е. при делении на 11 в остатке получаем 5.

5. Р е ш е н и е: $2x^2 + 2y^2 + 13z^2 - 2xy + 4xz - 6yz = (x-y)^2 + (x+2z)^2 + (y-3z)^2 \geq 0$.

13. Формулы $a^3 \pm b^3$ и $(a \pm b)^3$

Вариант 1

3. 125. 4. 44. 5. 6) $(x+y)(a+x-y)$. 6. 8; 9; 10; 11.

Вариант 2

3. 125. 4. 45. 5. 6) $(x-y)(x+y-m)$.

6. Р е ш е н и е: $n(n+1)+n+1=(n+1)^2$.

Вариант 3

2. 26. 3. $c(3a-b)^3$. 4. 484 5. а) $(x-y)(3x^2+3xy+3y^2+5x+5y)$; б) $(m+n+1)^2$.

6. Р е ш е н и е: $(n+1)^2-n^2=2n+1$ — нечетное число.

Вариант 4

2. 65. 3. $z(x+3y)^3$. 4. 225. 5. а) $(a+b)(5a^2-5ab+5b^2-3a+3b)$; б) $(x-2y-2)^2$.

6. Р е ш е н и е: $(2n+3)^2-(2n+1)^2=(2n+3+2n+1)(2n+3-2n-1)=8n+8$; т.к. $2(2n+1+2n+3)=2(4n+4)=8n+8$.

Вариант 5

1. а) $9(c+1)(3c^2-6c+7)$; б) $(a^3-5a+1)(a^3+5a-1)$;
в) $-3x^{3m}y^n(3-4x^{2m}y^{2n}+7 \cdot x^{3m}y^n)$. 2. $x=1\frac{1}{3}$. 3. 28.

4. 23.

5. Р е ш е н и е: $n^3+(n+1)^3+(n-1)^3=n^3+n^3+3n^2+3n+1+n^3-3n^2+3n-1=3n^3+6n=3n(n^2+2):3$.

Вариант 6

1. а) $2(2-c)(4c^2+14c+31)$; б) $(m^4-6m+1)(m^4+6m-1)$;

в) $5a^{2n}b^{3m}(2a^{2n}+4b^{2n}-3a^n b^m)$. 2. $x=9$. 3. 102. 4. $\frac{3}{8}$.

5. Р е ш е н и е: $(x-1)^2+x^2+(x+1)^2+1=3(x^2+1):3$.

Вариант 7

1. а) $(a+x+3)(a^2-3a+9)$; б) $2b(3a^2+b^2-1)$;
в) $7x^2(x^m-1)^2$.

2. Р е ш е н и е: $n^4+3n^3-n^2-3n=(n-1)n(n+1)(n+3):6$.

3. Р е ш е н и е: $n=5m+4$, $n, m \in \mathbb{N}$ $(5m+4)^3+(5m+4)^2=(5m+4)^2(5m+4+1)=5(5m+4)^2(m+1):5$.

4. Р е ш е н и е: $(x^2-xy+y^2)^3+(x^2+xy+y^2)^3=$

$$= \left(\left(x - \frac{y}{2} \right)^2 + \frac{3}{4}y^2 \right)^3 + \left(\left(x + \frac{y}{2} \right)^2 + \frac{3}{4}y^2 \right)^3 \geq 0.$$

5. $\frac{4}{9}$.

Вариант 8

1. а) $(x-1)(x^2+2x+4)$.

б) решение: $(a+b)^3 + (a-b)^3 - 3a = (a+b+a-b)(a^2 + 2ab + b^2 - a^2 + b^2 + a^2 - 2ab + b^2) - 3a = 2a(a^2 + 3b^2) - 3a = a(2a^2 + 3b^2 - 3)$.

2. Решение: $3^{n+2} - 2^{n+2} + 3^n - 2^n = 3^n(3^2 + 1) - 2^n(2^2 + 1) = 3^n \cdot 10 - 2^n \cdot 5 = 5(2 \cdot 3^n - 2^n)$. $10(3^n - 2^{n-1}) : 10$.

3. Решение: $n_1 = 5m_1 + 1$; $n_2 = 5m_2 + 2$; $(5m_1 + 1)^2 + (5m_2 + 2)^2 = 25m_1^2 + 10m_1 + 1 + 25m_2^2 + 20m_2 + 4 = 25m_1^2 + 25m_2^2 + 10m_1 + 20m_2 + 5 = 5(5m_1^2 + 5m_2^2 + 2m_1 + 4m_2 + 2) : 5$.

4. Решение: $x^2 - 2x + 2y^2 + 8y + 9 = x^2 - 2x + 1 - 1 + 2(y^2 + 4y) + 9 = (x-1)^2 + 2(y^2 + 4y + 4 - 4) + 8 = (x-1)^2 + 2((y+2)^2 - 4) + 8 = (x-1)^2 + 2(y+2)^2 \geq 0$.

5. 3.

14. Алгебраическая дробь.

Сокращение дробей

Вариант 1

1. а) $\frac{4a}{3}$; б) $\frac{3a-3b}{5}$; в) $\frac{4}{9}$. 2. а) $\frac{2a+b}{5}$; -1;

б) $\frac{a-3b}{a+3b}$; $-\frac{8}{7}$. 3. $\frac{x-2}{x+1}$.

Вариант 2

1. а) $\frac{2}{3x}$; б) $4x-2y$; в) $\frac{7}{12}$. 2. а) $\frac{4}{3x-y}$; 1;

б) $\frac{2x+y}{2x-y}$; 0. 3. $\frac{x-3}{x-1}$.

Вариант 3

$$1. \text{ а) } \frac{3(a-b)}{2}; \text{ б) } \frac{2a-3b}{2a+3b}. \quad 2. \text{ а) } \frac{x-y}{2(x+y)}; -2;$$

$$\text{ б) } \frac{3x-y}{x-3y}; -\frac{1}{5}. \quad 3. \frac{x-3}{x-2}.$$

Вариант 4

$$1. \text{ а) } \frac{1}{3(x-y)}; \text{ б) } \frac{5x+3y}{5x-3y}. \quad 2. \text{ а) } \frac{2(a+b)}{3(a-b)}; -4;$$

$$\text{ б) } \frac{2u+3v}{2u-3v}; \quad 3. \frac{x+6}{x+1}.$$

Вариант 5

$$1. \text{ а) } \frac{1-4x}{1+4x}; \text{ б) } \frac{16(2a+b)}{2a-b}; \text{ в) } y+2+x. \quad 2. \text{ а) } \frac{x+y}{x-y};$$

$$4; \text{ б) } \frac{b-c}{(a-1)^2}; -1. \quad 3. \frac{x^2-x+3}{x-6}.$$

Вариант 6

$$1. \text{ а) } \frac{5x+1}{5x-1}; \text{ б) } \frac{12-ab}{ab+12}; \text{ в) } x-y-5. \quad 2. \text{ а) } \frac{a-b}{a+b}; \frac{2}{5};$$

$$\text{ б) } -\frac{(x-1)^2}{a+b}; -1. \quad 3. \frac{x-8}{x^2-x-5}.$$

Вариант 7

$$1. \text{ а) } \frac{12a+5b}{12a-5b}; \text{ б) } \frac{x-4}{x-3}. \quad 2. \frac{a+b}{a-b}; 12,5.$$

$$3. \text{ а) } \frac{a+4}{a+1}; \text{ б) } \frac{x^2-x+3}{x+7}.$$

Вариант 8

$$1. \text{ а) } \frac{x+5y}{5y-x}; \text{ б) } \frac{x+3}{x+5}. \quad 2. \frac{v-u}{v+u}; -\frac{1}{6}. \quad 3. \text{ а) } \frac{b-1}{b+5};$$

$$\text{ б) } \frac{x-9}{x^2+3x+1}.$$

15. Сложение и вычитание алгебраических дробей

Вариант 1

$$1. \text{ а) } \frac{1}{2a}; \text{ б) } \frac{7b}{72a}; \text{ в) } \frac{-1}{6(a-b)}; \text{ 2. а) } \frac{4-x}{x^2-4};$$

$$\text{ б) } \frac{2x}{(x-3)^2(x+3)}; \text{ в) } \frac{-2a^2+5a+31}{25-a^2}; \text{ 3. } x=2.$$

Вариант 2

$$1. \text{ а) } \frac{1}{2b}; \text{ б) } \frac{5a}{42b}; \text{ в) } \frac{33}{35(x-y)}; \text{ 2. а) } \frac{4y+9}{9-y^2};$$

$$\text{ б) } \frac{5-x}{(x-1)^2(x+1)}; \text{ в) } \frac{3b^2+6b-69}{16-b^2}; \text{ 3. } x=3.$$

Вариант 3

$$1. \text{ а) } \frac{a}{96b}; \text{ б) } \frac{47x-8}{60x^2}; \text{ в) } \frac{5}{42(x-y)};$$

$$2. \text{ а) } \frac{3x^2+9x-11}{x^2-4}; \text{ б) } \frac{5b^2-12b+9}{(9-b)(9+b)^2};$$

$$\text{ в) } \frac{c^3+16c^2+8c+64}{8c(c+8)}; \text{ 3. } x=2.$$

Вариант 4

$$1. \text{ а) } \frac{b}{102a}; \text{ б) } \frac{-5y+4}{42y^2}; \text{ в) } \frac{11}{48(a-b)};$$

$$2. \text{ а) } \frac{-2y^2-4y+17}{y^2-9}; \text{ б) } \frac{4x^2-23x+24}{(8+x)(8-x)^2};$$

$$\text{ в) } \frac{y^3+6y^2+6y+18}{3y(y+3)}; \text{ 3. } x=3.$$

Вариант 5

$$1. \text{ а) } \frac{b+1}{a}; \text{ б) } \frac{-71x^3+12x-4}{36x^3}; \text{ в) } \frac{x^2+5x+24}{x^2-25};$$

$$2. \text{ а) } \frac{2ax}{x^2-a^2}; \text{ б) } \frac{a-5}{(a-1)(a-3)(a-4)}; \text{ 3. Решений нет.}$$

Вариант 6

1. а) $\frac{x+2}{y}$; б) $\frac{231a^3 + 15a^2 - 10a + 3}{75a^3}$; в) $\frac{6y+9}{y^2-4}$.
 2. а) 0; б) $\frac{8-b}{(b-1)(b-2)(b-5)}$. 3. $x = -\frac{1}{2}$.

Вариант 7

1. а) $\frac{7a-3}{4a^2}$; б) $\frac{8x^2+3a^2}{ax(x+y)}$; в) $\frac{-5a^2+2a-75}{(25-a^2)^2}$.
 2. $-\frac{7}{(u-1)(u-3)(u-4)}$. 3. $x = 6$.

Вариант 8

1. а) $\frac{5b+8}{6b^2}$; б) $\frac{4a^2-5b^2}{ab(b-c)}$; в) $\frac{10b^2+10}{(b^2-1)^2}$.
 2. $\frac{16}{(v-3)(v-4)(v-5)}$. 3. $x = -2$.

16. Умножение и деление алгебраических дробей

Вариант 1

1. а) $\frac{2}{3}$; б) $\frac{3}{2b}$; в) $\frac{2a}{b}$. 2. а) $\frac{2}{3b^2}$; б) $\frac{4(a-b)}{3(a+b)}$;
 в) $\frac{(5+x)2y^2}{(5-x)x}$. 3. $\frac{xy+1}{xy-1}$.

Вариант 2

1. а) $\frac{9}{2}$; б) $\frac{3}{8}$; в) $\frac{y}{2x}$. 2. а) $\frac{3}{2}$; б) $\frac{2(x+2)}{x-2}$;
 в) $\frac{(x+y)}{3b^2(x-y)}$. 3. $\frac{3b-a}{5b+a}$.

Вариант 3

1. а) $\frac{5}{3}$; б) $\frac{2(x+2y)}{x(x-2y)}$; в) $\frac{a^2}{2v}$. 2. а) $\frac{5a^2}{9}$; б) $\frac{uv}{3}$;
 в) $\frac{(4b-a)(x+3y)}{(a+4b)}$. 3. $\frac{2x^3-3}{(4x^2+3)x}$.

Вариант 4

1. а) a ; б) $\frac{5(x+y)}{x(x-y)}$; в) $\frac{y}{2ab^2}$. 2. а) $\frac{2}{3y}$; б) $\frac{4}{b}$;
 в) $\frac{(u+2v)(5y-x)}{(x+5y)}$. 3. $\frac{(5-3y^3)y}{3y^3-2}$.

Вариант 5

1. а) $\frac{5bc}{a^2}$; б) $\frac{4a^2-b^2}{2a^2}$. 2. а) $\frac{3x(x-3)}{(x+3)(1+3x)}$;
 б) $\frac{(c+2)(c-3)}{(c+4)(c-1)}$. 3. а) $-\frac{x}{y}$; б) $\frac{(2a-3)(a+4)}{2b(b+5)}$.

Вариант 6

1. а) $\frac{3a}{cx^2}$; б) $\frac{ab}{18}$. 2. а) $\frac{(y+4)(5y-1)}{3y(4-y)}$; б) $\frac{(d+1)(d-2)}{(d+3)(d-4)}$.
 3. а) $\frac{1}{x}$; б) $\frac{(x+2)^2}{7y(3y+5)}$.

Вариант 7

1. а) $\frac{2a}{27c^4}$; б) $\frac{(x+1)(x-4)}{6}$. 2. а) $\frac{(u+6)(u-5)}{(u+3)(u-4)}$;
 б) $\frac{(5b+2)(b+3)}{(a+2)(7a+1)}$. 3. а) $\frac{1}{4}$; б) $8-x$.

Вариант 8

1. а) 1; б) $\frac{3(v+2)}{v-3}$. 2. а) $\frac{v+4}{v+6}$; б) $\frac{(5-6x)(x+1)}{(5y+2)(y-1)}$.
 3. а) $\frac{4}{x-2}$; б) $-\frac{1}{x+7}$.

17. Совместные действия над алгебраическими дробями

Вариант 1

1. а) $3(a-b)$; б) 2. 2. а) a^2+b^2-2by ; б) $\frac{2(1-2x)}{3(1+2x)}$.
 3. $x = \frac{1}{2}$.

Вариант 2

1. а) $5(x+y)$; б) 2. 2. а) $-8a$; б) $\frac{3(2-3y)}{y(3y+2)}$.

3. $x = -\frac{1}{2}$.

Вариант 3

1. а) $2(x+3z)$; б) $\frac{5-x}{5+x}$. 2. а) $\frac{2x-1}{3x^2+x-1}$;

б) $\frac{y}{x(x+y)}$. 3. $x = 1$.

Вариант 4

1. а) $3(a-2b)$; б) $\frac{2x+y}{2x-y}$. 2. а) $\frac{1-y}{y}$; б) $\frac{5}{a-3}$.

3. $x = -1$.

Вариант 5

1. а) $-\frac{1}{x}$; б) $\frac{57}{32}$. 2. а) 1; б) $\frac{1}{(x+1)^2}$. 3. $x = 2$.

Вариант 6

1. а) $\frac{1}{y}$; б) $\frac{9v}{2}$. 2. а) -1 ; б) $\frac{1}{1-a}$. 3. $x = 3$.

Вариант 7

1. а) $3-4a^2$; б) $\frac{x}{(x^2-x+1)(2-x)}$. 2. а) a^2+9 ; б) 0.

3. $x = -5$; $x = 6$.

Вариант 8

1. а) $-2b^2-1$; б) $-(y^2+2y+4)$. 2. а) a^2+4 ; б) 1.

3. $x = 3$; $x = 4$.

18. Прямоугольная система координат.

Функции. Функция $y = kx$ Вариант 1

1. $M(-2;2)$. 2. $A(-2;0)$; $B(-2;2)$; $C(2;2)$; $D(2;0)$.

3. а) $x_1 = -2$; $x_2 = 3$; $x_3 = 4$; б) $f(0) = 3$; $f(2) = 3$.

4. $f(-2) = 10$; $f\left(\frac{1}{3}\right) = -\frac{8}{9}$. 5. Да, лежит. 6. $y = \frac{1}{3}x$.

Вариант 2

1. $P(-1; 1)$. 2. $A(-2; -2)$; $B(-2; 0)$; $C(2; 0)$; $D(2; -2)$.
 3. а) $x_1 = -2$; $x_2 = 2$; $x_3 = 4$; б) $f(0) = -3$; $f(1) = -2$. 4. $f(-1) = -5$; $f\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{7}{9}$. 5. Нет, не лежит.
 6. $y = -4x$.

Вариант 3

1. $B(4; -1)$. 2. $B(0; 2)$; $C(0; -2)$. 3. $f(a) = a - 2$.
 4. $x_1 = -2$; $x_2 = 2$; $f(-4) > 0$; $f(-0,5) < 0$; $f(23,5) > 0$.
 5. Графиком является прямая $y = 2x$ с выколотой точкой $x = -2$.

Вариант 4

1. У к а з а н и е: найдите координаты точки M . $M(-2; 4)$. 2. $A(-4; 0)$; $B(0; 4)$; $C(4; 0)$; $D(0; -4)$.
 3. $f(a) = a - 3$. 4. $x_1 = -2$; $x_2 = 2$; $f(-17,6) < 0$; $f\left(\frac{1}{3}\right) > 0$; $f(4) < 0$. 5. Графиком является прямая $y = -2x$ с выколотой точкой $x = 3$.

Вариант 5

1. $A\left(-\frac{a}{2}; \frac{a}{2}\right)$; $A_1\left(-\frac{a}{2}; -\frac{a}{2}\right)$. 2. $f\left(-\frac{1}{2}\right) = 2\frac{2}{3}$. 3. $x_1 = 3$; $x_2 = 5$; $x_3 = -3$; $f(-2,5) > 0$; $f(-0,75) < 0$; $f(3,5) > 0$. 4. Графиком уравнения является совокупность двух прямых $y = -2x$ и $y = x$. 5. Графиком функции является гипербола $y = \frac{2}{x}$ ($x > 0$).

Вариант 6

1. $A\left(-\frac{a}{2}; -\frac{a}{2}\right)$; $A_1\left(\frac{a}{2}; -\frac{a}{2}\right)$. 2. $f\left(\frac{2}{3}\right) = 6$. 3. $x_1 = -3$; $x_2 = -2$; $x_3 = 5$; $f(-3,5) < 0$; $f(2,7) > 0$; $f(4,5) < 0$.
 4. Графиком уравнения является совокупность двух прямых $y = \frac{x}{2}$ и $y = -x$. 5. Графиком является гипербола $y = \frac{3}{x}$ ($x > 0$).

Вариант 7

1. $D(-2; 3)$; $D_1(2; -3)$. 2. $f\left(-1\frac{2}{3}\right) = -1\frac{1}{2}$.
3. $\max y = 5$; $\min y = -1$. Если $a < -1$ — нет решений. Если $a = -1$ — одно решение. Если $-1 < a < 1$ — два решения. Если $1 \leq a \leq 2$ — три решения. Если $a = 2$ — два решения. Если $5 \geq a > 2$ — одно решение, если $a > 5$ — решений нет. 4. Графиком уравнения является совокупность прямых $y = \pm 2$ и $x = \pm 1$. 5. $y = \frac{x^2}{x}$.

Вариант 8

1. $D(-4; 2)$; $D(4; -2)$. 2. $f\left(-2\frac{1}{2}\right) = -2$. 3. $\max y = 3$; $\min y = -2$. Если $m < -2$ — нет решений. Если $m = -2$ — два решения. Если $-2 < m \leq 0$ — три решения. Если $0 < m < 3$ — два решения. Если $m = 3$ — одно решение. Если $m > 3$ — решений нет. 4. Графиком уравнения является совокупность прямых $y = \pm 1$ и $x = \pm 2$. 5. $y = -\frac{x^2}{x}$.

19. Линейные функцииВариант 1

3. $k = -1$. 4. $(2; 8)$. 5. $(0; 4)$; $(8; 0)$.

Вариант 2

3. $k = -2$. 4. $(-2; 8)$. 5. $(0; -10)$; $(-12; 0)$.

Вариант 3

3. Графиком является прямая $y = 3x - 5$. 4. Графиком функции является прямая $y = x + 4$ с выколотой точкой $x = 2$. 5. 90° .

Вариант 4

3. Графиком является прямая $y = -4x - 10$. 4. Графиком функции является прямая $y = x - 6$ с выколотой точкой $x = -3$. 5. 90° .

Вариант 5

2. Графиком функции является прямая $y = x + 2$ с двумя выколотыми точками $x = \pm 1$. 3. В точке $K(3; 4)$. 4. Графиком является совокупность прямых $y = 2x + 1$ и $x = \pm 1$. 5. Графиком функции является прямая $y = -x + 1$.

Вариант 6

2. Графиком функции является прямая $y = 2x - 1$ с двумя выколотыми точками $x = 2$ и $x = -2$. 3. В точке $A(2; -3)$. 4. Графиком является совокупность прямых $y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$ и $y = \pm 1$. 5. Графиком функции является прямая $y = x + 3$.

Вариант 7

2. Графиком функции является прямая $y = x + 2,5$ с двумя выколотыми точками $x = \pm 3$. 3. Прямые не пересекаются. 4. Графиком функции является прямая $y = -x + 4$.

5. Р е ш е н и е: $\frac{yx - x^2 - y + 1}{x - 1} = 0,$

$$\frac{y(x - 1) - (x - 1)(x + 1)}{x - 1} = 0, \quad \frac{(x - 1)(y - x - 1)}{x - 1} = 0,$$

$$y = x + 1; \quad x \neq 1.$$

Вариант 8

2. Графиком функции является прямая $y = \frac{1}{2}$ с двумя выколотыми точками $x = 1$ и $x = -1$. 3. Прямые не пересекаются. 4. Графиком функции является прямая $y = x + 6$. 5. $y = x - 1$; $x \neq -1$.

20. Решение линейных систем способом подстановки

Вариант 1

1. а) $(1; 1)$; б) $(15; 3)$; в) $(13; -3)$; г) $(-0,3; -0,7)$.

2. $\frac{9}{20}$.

Вариант 2

1. а) $(9; 2)$; б) $(1; 1)$; в) $(-8; -\frac{5}{8})$; г) $(-0,4; -0,6)$.

2. $\frac{1}{3}$.

Вариант 3

1. а) $(1; -1)$; б) $(2; -1)$; в) $(-1; 3)$; г) $(\frac{1}{2}; \frac{1}{4})$. 2. 5 и 7.

Вариант 4

1. а) $(-1; 1)$; б) $(3; -2)$; в) $(-2; -5)$; г) $(-1; 6)$.

2. 60 руб. и 120 руб.

Вариант 5

1. а) $(1; 1)$; б) $(\frac{2}{3}; \frac{5}{3})$; в) $(-2; 5)$, $(5, 5; -2, 5)$;

г) $(\frac{1}{2}; 1)$. 2. 27.

Вариант 6

1. а) $(1; -1)$; б) $(\frac{2}{7}; -\frac{8}{7})$; в) $(3; -2)$ $(-2; -7)$;

г) $(\frac{1}{2}; -1)$. 2. 12 дет./ч и 9 дет./ч.

Вариант 7

1. а) $(-1; 1)$; б) $(1; 1)$; в) $(-7; 2)$, $(0; -1)$, $(\frac{1}{2}; -\frac{1}{2})$;
г) $(3; 2; 1)$.

2. $a \neq -1$; $a \neq 1 \Rightarrow (a-1; a)$ $a = -1 \Rightarrow x = -1 + y$;
 y — любой. $a = 1 \Rightarrow x = 1 - y$; y — любой.

Вариант 8

1. а) $(2; -1)$; б) $(1; 1)$; в) $(-9; 3)$, $(4; 3)$, $(0; -1)$;
г) $(2; 1; 1)$. 2. $a = \frac{1}{3} \Rightarrow x = 2 - 3y$; y — любой.
 $a \neq \frac{1}{3} \Rightarrow (1; a)$.

21. Решение линейных систем способом сложения и графически**Вариант 1**

1. а) $(2; 3)$; б) $(7; 7)$; в) $(2; 3)$. 2. а) $(1; 3)$; б) $(1; -1)$.

Вариант 2

1. а) $(3; 2)$; б) $(2; -2)$; в) $(4; 3)$. 2. а) $(-1; 6)$;
б) $(-1; 1)$.

Вариант 3

1. а) $(2; -1)$; б) решений нет; в) $(4; 6)$. 2. а) $(3; -1)$;
б) x — любой; $y = 4 - \frac{x}{2}$.

Вариант 4

1. а) $(2; 1)$; б) x — любой; $y = 5 + 2,5x$; в) $(6; 9)$.
2. а) $(2; 4)$; б) решений нет.

Вариант 5

1. $(1; 3)$. 2. $a = 7$; $b = -8$. 3. а) $(-4; 5,5)$; б) $(7; -2)$;
в) $(5; 3)$.

Вариант 6

1. $(2; 1)$. 2. $a = 2$; $b = -1$. 3. а) $(3; 0)$; б) $(14; 1)$;
в) $(\frac{1}{5}; \frac{1}{4})$.

Вариант 7

1. $(-1; 2)$. 2. $a = 1$; $b = 3$. 3. а) $(\frac{1}{2}; \frac{1}{5})$; б) $(5; 4)$;
в) $(3; -2)$.

Вариант 8

1. $(2; -1)$. 2. $a = 1$; $b = 5$. 3. а) $(2; -2)$; б) $(14; 13)$;
в) $(\frac{3}{4}; \frac{2}{3})$.

22. Решение задач с помощью систем уравнений

Вариант 1

1. 4,5 км/ч. 2. 4 км/ч и 5 км/ч.

Вариант 2

1. 70,2 и 27,8. 2. 60 км/ч и 80 км/ч.

Вариант 3

1. 21,1 см и 6,9 см. 2. 440 и 420 упаковок.

Вариант 4

1. 96 и 69. 2. 8 ч и 12 ч.

Контрольные работы

1. Алгебраические выражения

Вариант 1

2. $\frac{17}{41}$. 4. $5k - 5$; $5k$; $5k + 5$. 5. $\frac{ma + nb}{m + n}$; 16,2 руб.

Вариант 2

2. $\frac{13}{73}$. 4. $3k - 3$; $3k$; $3k + 3$. 5. $\frac{(a + b)t}{V}$; 15,3 ч.

Вариант 3

2. $-6\frac{1}{3}$. 4. $4k$; $4k + 4$; $4k + 8$. 5. $\left(\frac{a}{m} + \frac{b}{n}\right)t$; 51.

Вариант 4

2. $-\frac{28}{55}$. 4. $4k - 8$; $4k - 4$; $4k$. 5. $\frac{S}{a - m} + \frac{S}{a + m}$; 4 ч.

2. Уравнения с одним неизвестным

Вариант 1

1. 2,1 км. 2. 130 т и 65 т. 3. а) $x = -2$; б) $x = 5$.
4. Если $a \neq \pm 3$, то $x = \frac{1}{a - 3}$. Если $a = 3$, то решений нет. Если $a = -3$, то x — любое число.

Вариант 2

1. 60 км/ч. 2. 100 л и 50 л. 3. а) $x = -4$; б) $x = 7$.
4. Если $a \neq 2$ и $a \neq 5$, то $x = \frac{1}{a-2}$. Если $a = 2$, то решений нет. Если $a = 5$, то x — любое число.

Вариант 3

1. 14,4 км/ч. 2. 9 дн. 3. а) $x = -4$; б) $x = 3$. 4. Если $m \neq 5$ и $m \neq -3$, то $x = \frac{m-5}{m-3}$. Если $m = 5$, то x — любое число. Если $m = -3$, то решений нет.

Вариант 4

1. 640 км. 2. 2 200 т и 1 100 т. 3. а) $x = -2$; б) $x = 3$.
4. Если $b \neq -3$ и $b \neq 7$, то $x = \frac{b+7}{b+3}$. Если $b = -3$, то решений нет. Если $b = 7$, то x — любое число.

3. Одночлены и многочлены

Вариант 1

1. а) a^4 ; б) a^{17} ; в) $\frac{x}{y^9}$. 2. а) $-2x^2+9$; б) $-a^2+7a-10$;
в) $-a^2+3a+20$. 3. а) 1; б) 3. 4. $x = 11$.
5. Вынести за скобки 5^{43} .
6. $x = 1,5$. У к а з а н и е: свести к виду $\left(\frac{9}{16}\right)^{2x-3} = 1$;
 $\left(\frac{9}{16}\right)^{2x-3} = \left(\frac{9}{16}\right)^0$.

Вариант 2

1. а) b^7 ; б) b^{24} ; в) $\frac{b^9}{a}$. 2. а) $-9x+3$; б) $-b^2+b+6$;
в) $2b^2+18b$. 3. а) 3; б) 3,5. 4. $x = 2$.
5. Вынести за скобки 9^{99} .
6. $x = 2$. У к а з а н и е: свести к виду $\left(\frac{125}{81}\right)^{x-2} = 1 \dots$

Вариант 3

1. а) c^6 ; б) c^{17} ; в) $\frac{p^8}{q^{16}}$. 2. а) $-2x^2-4x$; б) $-c^2+10c-9$;
 в) $2c^2-2c-3$. 3. а) 7; б) 1,5. 4. $x=2$.
 5. У к а з а н и е: вынести за скобки 2^{33} .
 6. $x=11$. У к а з а н и е: свести к виду $\left(\frac{2}{3}\right)^{3x-5} =$
 $= \left(\frac{2}{3}\right)^{2x+6}$.

Вариант 4

1. а) d^6 ; б) d^{18} ; в) uv^{15} . 2. а) $5x^2-8x$; б) $-d^2+5d+14$;
 в) $-3d^2-5d$. 3. а) 5; б) 6. 4. $x=-2,5$.
 5. У к а з а н и е: вынести за скобки 3^{55} .
 6. $x=8$. У к а з а н и е: свести к виду $\left(\frac{5}{2}\right)^{2x+2} =$
 $= \left(\frac{5}{2}\right)^{3x-6}$.

4. Разложение многочлена на множители**Вариант 1**

1. в) $4y(a^2-b)^2$; г) $(k-5)(k^2+k+25)$; д) $(3x+y)(3ax+ay+3x-y)$. 2. $2ab(2a+b)$; $-2,4375$. 3. $x=1$. 4. $-0,2$.
 5. $(m-n)(m-2n)$.

Вариант 2

1. в) $2(2k^2+1)^2$. г) $(3m+5p)(3m-5p-2)$; д) $(a^2+2a+4)(a+3x-2)$. 2. $(x+y)^3$; 27. 3. $x=2$. 4. -1 .
 5. $(a+b)(a+3b)$.

Вариант 3

1. в) $2x(3x^2-y)^2$. г) $(3a-2)(9a^2+5a+4)$; д) $(2m-3n)(2m+3n-2m^2+3mn)$. 2. $50x^2+41y^2$; 43. 3. $x=1$.
 4. $-0,5$.
 5. Р е ш е н и е: $x^4+5x^2+9 = x^4+6x^2+9-x^2 =$
 $= (x^2+3)^2-x^2 = (x^2+3-x)(x^2+3+x)$.

Вариант 4

1. в) $m(m^2 - 4n)^2$; г) $(3x + 5y)(3x - 5y + 5)$; д) $(y^2 - 3y + 9)(x + y + 3)$. 2. $8 - a$; 4,25. 3. $x = 9$. 4. 23.
5. $(x^2 - x + 2)(x^2 + x + 2)$.

5. Алгебраические дроби**Вариант 1**

1. а) $\frac{y}{x-y}$; б) $\frac{a(a+b)}{4}$; в) $\frac{2c}{3ab^2}$. 2. а) $\frac{d-c}{d}$;
б) $\frac{3}{x-3}$. 3. а) $\frac{3x-y}{5x}$; б) $\frac{x-2}{x+9}$. 4. $\frac{37}{14}$.
5. 200 км. У к а з а н и е: $\frac{S}{10V} = \frac{S-180}{V}$, где S —
искомое расстояние.

Вариант 2

1. а) $\frac{x}{a+b}$; б) $\frac{a+1}{b}$; в) $\frac{5b^3}{3ac^2}$. 2. а) $\frac{b-2a}{b}$; б) $\frac{4}{x+4}$.
3. а) $\frac{7b-a}{7b}$; б) $\frac{x-2}{x+3}$. 4. $x = 4$.
5. 300 м. У к а з а н и е: составить уравнение:
 $\frac{S-200}{V} = \frac{S}{3V}$.

Вариант 3

1. а) $\frac{(a-b)x}{a+b}$; б) $\frac{2y}{x+y}$; в) $\frac{14a^2}{15uv}$. 2. а) $\frac{(y-x) \cdot x}{x+y}$;
б) $\frac{1}{b-a}$. 3. а) $\frac{b-2a}{4(b+2a)}$; б) $\frac{x+4}{x+1}$. 4. $x = -5\frac{7}{11}$.
5. 10 км.

Вариант 4

1. а) $\frac{a(x-y)}{(x+y)}$; б) $\frac{a-b}{a}$; в) $\frac{25a^2}{33u^2v^4}$. 2. а) $\frac{a(2b+a)}{2b-a}$;
б) $\frac{1}{x+y}$. 3. а) $\frac{5x-y}{2(5x+y)}$; б) $\frac{x-1}{x-6}$. 4. $x = 3\frac{4}{5}$.
5. 800 м.

6. Линейная функция и ее график

Вариант 1

1. $-1\frac{1}{2}$; при $x = -2$. 2. а) $x_1 = -3$; $x_2 = 1$; $x_3 = 4$;
 б) при $a < -2$ нет решений; при $-2 \leq a < 0$ — два решения; при $a = 0$ — три решения; при $0 < a < 1$ — четыре решения; при $a = 1$ — три решения; при $1 < a < 3$ — два решения; при $a = 3$ — одно решение; при $a > 3$ — нет решений;
 в) $\max y = 3$; $\min y = -2$; г) $y > 0$ при $-3 < x < 1$; $1 < x < 4$. $y < 0$ при $-4 \leq x < -3$; $4 < x \leq 6$.
 3. Прямая $y = 2x + 3$. 4. $(3\frac{1}{5}; 3\frac{2}{5})$. 5. При $b = 4$.
 6. $S = 1$. 7. См. рис. 21.

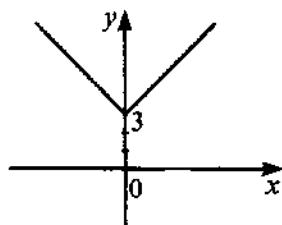
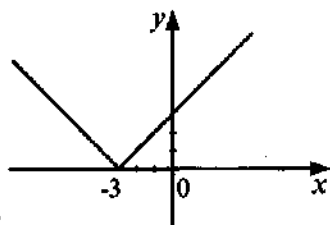


Рис. 21.



Вариант 2

1. $f(-1,5) = -\frac{1}{2}$, $x = -3$. 2. а) $x_1 = -2$; $x_2 = 1$; $x_3 = 3$;
 б) при $m < -2$ — решений нет; при $m = -2$ — одно решение; при $-2 < m < -1$ — два решения; при $m = -1$ — три решения; при $-1 \leq m < 0$ — четыре решения; $m = 0$ — три решения; при $0 < m \leq 1$ — два решения; при $1 < m \leq 2$ — одно решение; при $m > 2$ — нет решений;
 в) $\max y = 2$; $\min y = -2$; г) $y > 0$ при $-4 \leq x < -2$; $3 < x \leq 6$; $y < 0$ при $-2 < x < 1$; $1 < x < 3$.
 3. Прямая $y = -3x + 1$. 4. $(3\frac{1}{5}; -3\frac{2}{5})$. 5. При $a = 20$.
 6. $S = \frac{1}{6}$. 7. См. рис. 22.

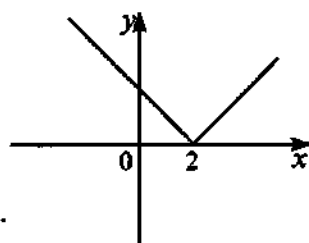
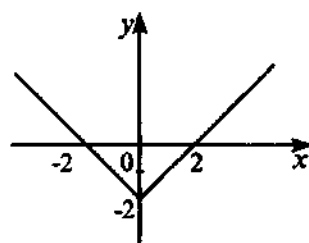


Рис. 22.

Вариант 3

1. $f(-2,5) = 2\frac{2}{3}$; $x = -1$. 2. а) $x_1 = -3$; $x_2 = -1$; $x_3 = 4$;

б) при $a < -2$ — решений нет; при $-2 \leq a < -1$ — одно решение; при $-1 \leq a < 0$ — два решения; при $a = 0$ — три решения; при $0 < a < 3$ — четыре решения; при $a = 3$ — три решения; при $3 < a < 4$ — два решения; при $a = 4$ — одно решение; при $a > 4$ — решений нет;

в) $\max y = 4$; $\min y = -2$; г) $y > 0$ при $-3 < x < -1$; $-1 < x < 4$; $y < 0$ при $-4 \leq x < -3$; $4 < x \leq 5$.

3. Прямая $y = 2x + 4$. 4. $(-1\frac{5}{13}; \frac{7}{13})$. 5. При $m = -5$.

6. $S = \frac{1}{4}$. 7. См. рис. 23.

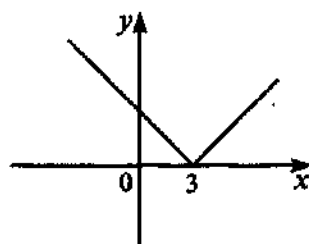
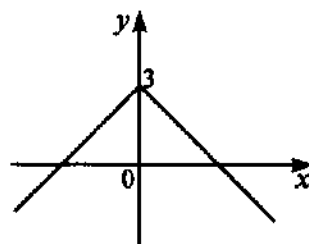


Рис. 23.

Вариант 4

1. $f(-1,5) = 8$; $x = -2$. 2. а) $x_1 = -3$; $x_2 = -1$; $x_3 = 5$;

б) при $b < -3$ — решений нет; при $b = -3$ — одно решение; при $-3 < b < -2$ — два решения; при $b = -2$ — три решения; при $-2 < b < 0$ — четыре

решения; при $b = 0$ — три решения; при $0 < b \leq 2$ — два решения; при $2 < b \leq 3$ — одно решение; при $b > 3$ — решений нет;

в) $\max y = 3$; $\min y = -3$; г) $y > 0$ при $4 \leq x < -3$; $5 < x \leq 6$ $y < 0$ при $-3 < x < -1$; $-1 < x < 5$.

3. Прямая $y = -4x - 1$. 4. $\left(-1\frac{5}{13}; -\frac{7}{13}\right)$. 5. При

$a = \frac{4}{3}$. 6. $S = \frac{1}{4}$. 7. См. рис. 24.

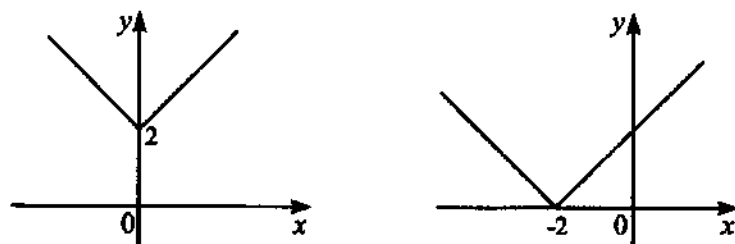


Рис. 24.

7. Системы двух уравнений с двумя неизвестными

Вариант 1

1. а) $(0, 5; 1)$; б) $(-1, 1; 1, 1)$. 2. 10 и 15. 3. $y = 0,5x - 8$; $(4; -6)$. 4. $a = -1$. 5. $(1; -2)$, $(1; 2)$.
6. $x = 2$; $y = 1$.

У к а з а н и е: перейти к системе $\begin{cases} x - 3y + 1 = 0 \\ 2x - 5y + 1 = 0. \end{cases}$

Вариант 2

1. а) $(2; -1)$; б) $(-0,25; 1)$. 2. 12 и 18. 3. $y = -6x + 8$; $(1; 2)$. 4. Не существует. 5. $\left(-\frac{3}{2}; -\frac{3}{7}\right)$ $\left(-\frac{3}{2}; \frac{3}{7}\right)$
 $\left(\frac{3}{2}; -\frac{3}{7}\right)$ $\left(\frac{3}{2}; \frac{3}{7}\right)$.

6. $x = 2$; $y = 6$.

У к а з а н и е: свести к системе $\begin{cases} 3x - y = 0 \\ 2x - y + 2 = 0. \end{cases}$

Вариант 3

1. а) $(-1; 2)$; б) $\left(\frac{5}{28}; -\frac{1}{28}\right)$.

2. 39 и 52. 3. $y = -1,5x + 4$; $(2; 1)$. 4. $a = -15$.

5. $a = b \Rightarrow y$ — любой $x = a^2 - ay$; $a \neq b \Rightarrow x = -ab$;
 $y = a + b$.

6. $x = 3$; $y = 1,5$. У к а з а н и е: свести к виду
 $(x - 2y)^2 + (x - 3)^2 = 0$.

Вариант 4

1. а) $(4; -2)$; б) $(0,1; -0,3)$. 2. 120 и 36. 3. $y = -0,5x + 10$; $(4; 8)$. 4. $a = 2$. 5. $a = 1 \Rightarrow x$ — любой, $y = 1 - x$;

$a = -1 \Rightarrow$ решений нет; $a \neq \pm 1 \Rightarrow x = \frac{2a}{a+1}$, $y =$
 $= \frac{a-1}{a+1}$.

6. $x = \frac{1}{2}$; $y = \frac{1}{2}$. У к а з а н и е: свести к виду
 $(2y - 1)^2 + (x - y)^2 = 0$.

8. Итоговая контрольная работа

Вариант 1

1. $10a^2 - 2ab$. 2. $\frac{8}{4-a}$. 3. а) $x = 2,5$;

б) $x = -\frac{1}{3}$. У к а з а н и е: разложить числитель
на множители, а затем проверить, не обращают ли
корни в ноль знаменатель.

4. $(3; 4)$; да. 5. а) $\frac{1}{7}$; б) $\frac{1}{14}$. 6. 42 и 35.

7. $(-1; -1) \left(-2\frac{1}{4}; \frac{3}{4}\right)$. У к а з а н и е: первое уравнение
привести к виду $(x+1)(x+3-y) = 0 \dots$

Вариант 2

1. $10x^2 + 6xy$. 2. $\frac{y}{x}$. 3. а) $y = 2,25$; б) $x = -3$. См. указание В-1. 4. $(-2; 3)$; нет. 5. а) 1; б) 14. 6. 40 и 28.
 7. $(2; 0)$ $(2,5; 1,5)$. У к а з а н и е: первое уравнение привести к виду $(x - 2)(x - 1 - y) = 0 \dots$

Вариант 3

1. $6y^2 - 3xy$. 2. $\frac{2}{a+b}$. 3. а) $y = -10$; б) $x = \frac{1}{2}$. См. указание В-1. 4. $(2; -4)$; нет. 5. а) $\frac{1}{9}$; б) $\frac{1}{10}$. 6. 25 км, 15 км и 10 км.
 7. $(\frac{4}{13}; \frac{4}{7}; 4)$. У к а з а н и е: разделить первое уравнение на $xyz \neq 0$ и сделать замену $\frac{1}{x} = a$; $\frac{1}{y} = b$; $\frac{1}{z} = c \dots$

Вариант 4

1. $7a^2 - 10ab + 16b^2$. 2. $\frac{x^2}{y^2}$. 3. а) $x = -5$; б) $x = -2$. См. указание В-1. 4. $(3; 1)$; да. 5. а) 7; б) 10. 6. 12,5 км/ч и 2,5 км/ч.
 7. $(0; 0; 0)$ $(-1; \frac{1}{2}; \frac{1}{3})$. У к а з а н и е: первое уравнение разделить на xy ; второе — на xz ; третье — на yz . Затем сложить все три уравнения, получится $2(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}) = 8 \mid : 2$, и вычитать из последнего уравнения последовательно предыдущие три.

Содержание

	Ответы
Самостоятельные работы.....	5 99
1. Числовые и алгебраические выражения	5 99
2. Свойства арифметических действий, правила раскрытия скобок.....	9 ... 101
3. Уравнения с одним неизвестным.....	13 ... 101
4. Решение задач с помощью уравнений.....	17 ... 102
5. Степень с натуральным показателем.....	20 ... 103
6. Свойства степени с натуральным показателем.....	22 ... 104
7. Стандартный вид одночлена. Умножение одночленов.....	25 ... 105
8. Приведение подобных членов.....	28 ... 106
9. Сложение и вычитание многочленов.....	31 ... 107
10. Умножение и деление многочленов.....	34 ... 108
11. Разложение многочлена на множители.....	38 ... 109
12. Формулы $a^2 - b^2$ и $(a \pm b)^2$	40 ... 111
13. Формулы $a^3 \pm b^3$ и $(a \pm b)^3$	43 ... 112
14. Алгебраическая дробь. Сокращение дробей.....	46 ... 114
15. Сложение и вычитание алгебраических дробей.....	50 ... 116
16. Умножение и деление алгебраических дробей.....	53 ... 117
17. Совместные действия над алгебраическими дробями.....	57 ... 118
18. Прямоугольная система координат. Функции. Функция $y = kx$	61 ... 119
19. Линейные функции.....	67 ... 121
20. Решение линейных систем способом подстановки.....	71 ... 123
21. Решение линейных систем способом сложения и графически.....	74 ... 124
22. Решение задач с помощью систем уравнений.....	77 ... 125

		Ответы
Контрольные работы.....	79	... 126
1. Алгебраические выражения.....	79	... 126
2. Уравнения с одним неизвестным.....	81	... 126
3. Одночлены и многочлены.....	83	... 127
4. Разложение многочлена на множители.....	85	... 128
5. Алгебраические дроби.....	87	... 129
6. Линейная функция и ее график.....	89	... 130
7. Системы двух уравнений с двумя неизвестными.....	93	... 132
8. Итоговая контрольная работа.....	95	... 133

Учебное издание

Зин Борис Германович
Гольдич Владимир Анатольевич
ДИДАКТИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ
ПО АЛГЕБРЕ ДЛЯ 7 КЛАССА

Редактор *И. Б. Смирнов*
 Компьютерная верстка *Л. Н. Соловьева*
 Художник *Е. Т. Киселев*
 Корректор *Н. В. Евстигнеева*

По вопросам приобретения просьба обращаться:

ИЗДАТЕЛЬСТВО «ПЕТРОГЛИФ»

Тел.: (812) 943-8076; E-mail: spb@petroglyph.ru

ИЗДАТЕЛЬСТВО «ВИКТОРИЯ ПЛЮС»

В Санкт-Петербурге: (812) 292-3660, 292-3661

В Москве (филиал): (499) 488-3005

E-mail: victory@mailbox.alkor.ru; www.victory.sp.ru

ИЗДАТЕЛЬСТВО МЦНМО

119002, Москва, Б. Власьевский пер., 11.

Тел.: (495) 241-7285; факс: (499) 795-1015. E-mail: biblio@mccme.ru

Подписано к печати 25.07.2013 г. Формат 60×90/16. Бумага офсетная.

Печать офсетная. Объем 8,5 п.л. Тираж 5 000 экз. Заказ № 387.

Налоговая льгота — ОКП 005-93-95-3005

Отпечатано в соответствии с оригинал-макетом

в ОАО «Петроцентр» ОП «Пушкинская типография»

196601 Санкт-Петербург, г. Пушкин, Средняя ул., д. 3/8. Тел. (812) 313-7560